

HÅLLFASTHETSLÄRA ÖVNINGSUPPGIFTER LÖSNINGAR

Datum: 2021-03-08

Lösningarna till övningsuppgifterna är ett levande dokument. Jag fyller på med lösningar, gör förbättringar och rättar de slarvfel som är svåra att undvika när man utvecklar material.

På YouTube kanalen, "EduME:s Övningsuppgifter i hållfasthetslära", finns inspelade lösningsförslag till många av uppgifterna. Flera uppgifterna finns även på spellistor med introducerande teori på olika avsnitt.

Det är fritt fram att använda detta material för dig som undervisar, men materialet ersätter inte en bra handledning av elever/studenter.

Häftet får inte editeras eller omarbetas.

Dela med dig av kanalen till dina studenter och/eller bädda in lämpliga videos på din lärplattform.

Jag använder mig att Karl Björks "Formler och Tabeller för Mekanisk konstruktion" när jag löser uppgifterna. Denna finns att beställa på bjorksforlag.se

En komplett översikt av kanalen och materialet finns på edume.nu

/Madeleine



<https://www.youtube.com/channel/UCZWty6uAUlkab9XyHQIAu9Q>



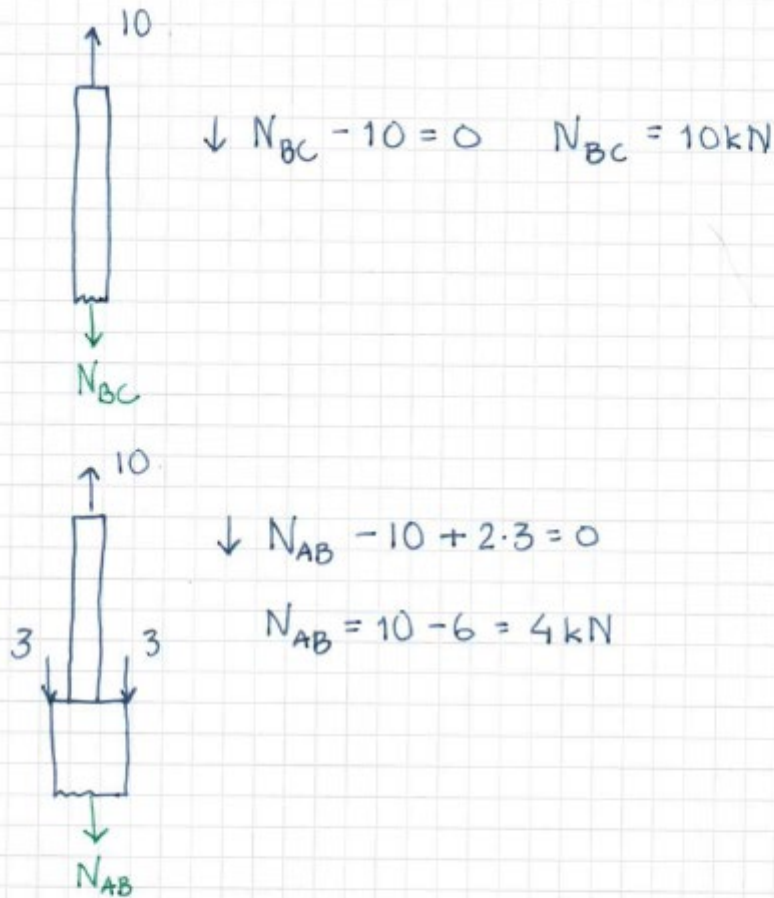
Madeleine Hermann

EduME – Education and Mechanical Engineering

1. Inre krafter och moment

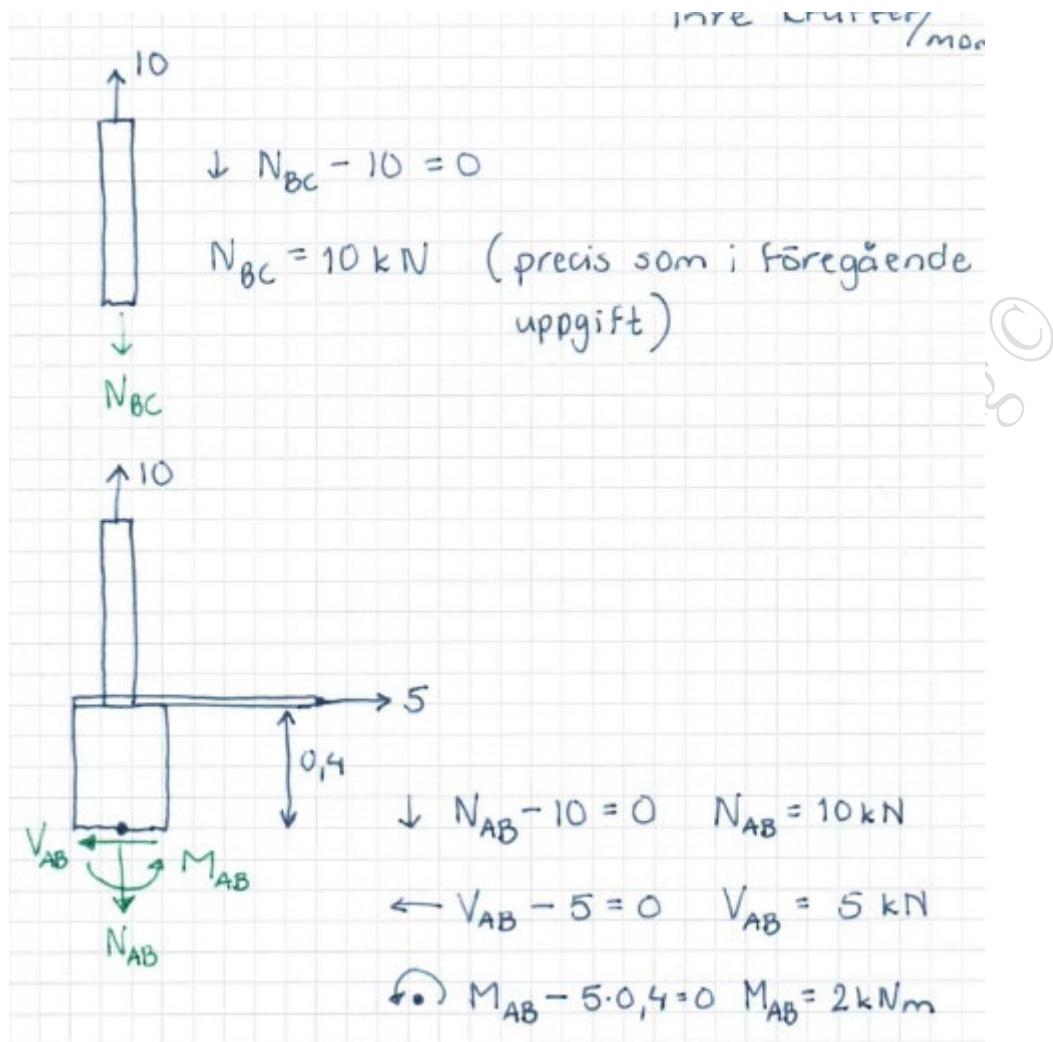
1.1

Inre krafter och moment



Det är endast krafter i axiell riktning och de två krafterna (3kN) är symmetriskt placerade. Detta gör att det inte blir något böjande moment.

Det finns inga horisontella krafter därmed inga tvärkrafter.



+

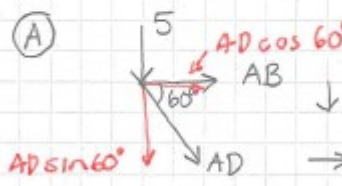
Sökt: Samtliga krafter i stängerna

Givet: $L = 1,5\text{ m}$ Inga moment ty fackverk $\Rightarrow$ endast drag eller tryck i stängerna

Frilägg knutpunkter

Ansätt alltid dragkrafter
dvs pil från punkt.

(A)

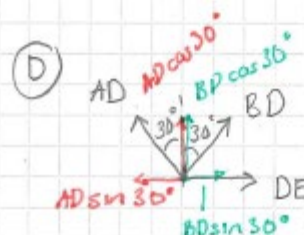


$$\downarrow 5 + AD \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow AD = -5,77 \text{ kN}$$

$$\rightarrow AB + AD \cos 60^\circ = 0$$

$$AB = -(-5,77) \cos 60^\circ = 2,89 \text{ kN}$$

(D)



$$\uparrow AD \cos 30^\circ + BD \cos 30^\circ = 0$$

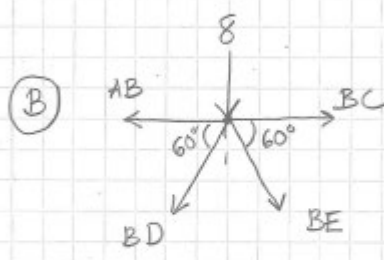
$$BD = -AD = -(5,77) = 5,77 \text{ kN}$$

$$\rightarrow DE + BD \sin 30^\circ - AD \sin 30^\circ = 0$$

$$DE = (AD - BD) \sin 30^\circ = (-5,77 - 5,77) \sin 30^\circ$$

$$DE = -5,77 \text{ kN}$$

(B)



$$\downarrow 8 + BD \sin 60^\circ + BE \sin 60^\circ = 0$$

$$BE = (-8 - 5,77 \sin 60^\circ) / \sin 60^\circ = -15,01 \text{ kN}$$

$$\rightarrow BC - BD \cos 60^\circ + BE \cos 60^\circ - AB = 0$$

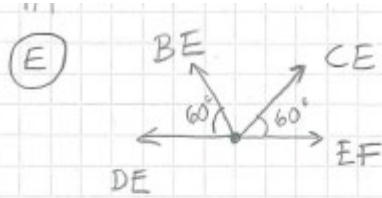
$$BC = AB + (BD - BE) \cos 60^\circ =$$

$$BC = 2,89 + (5,77 - (-15,01)) \cos 60^\circ =$$

$$BC = 13,28 \text{ kN}$$

1.3 fortsättning

Inre krafter och moment

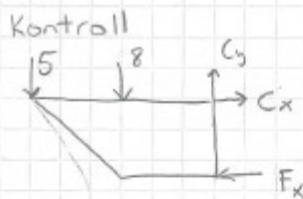


$$\uparrow BE \sin 60^\circ + CE \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow CE = -BE = 15,01 \text{ kN}$$

$$\rightarrow EF - DE + CE \cos 60^\circ - BE \cos 60^\circ = 0$$

$$EF = DE + (BE - CE) \cos 60^\circ = -5,77 + (-15,01 - 15,01) \cos 60^\circ$$

$$EF = -20,78 \text{ kN}$$



$$\curvearrowright F_x \cdot 1,5 \sin 60^\circ - 8 \cdot 1,5 - 5 \cdot 3 = 0$$

$$F_x = 20,78 \text{ kN} \Rightarrow EF = -20,78 \text{ kN}$$

OK!!!

Svar:

$$AB = 2,89 \text{ kN}$$

$$AD = -5,77 \text{ kN}$$

$$BD = 5,77 \text{ kN}$$

$$BE = -15,01 \text{ kN}$$

$$BC = 13,28 \text{ kN}$$

$$DE = -5,77 \text{ kN}$$

$$EF = -20,78 \text{ kN}$$

$$CE = 15,01 \text{ kN}$$

Bestäm stödkrafter (kN, m)

$\sum \curvearrowright A: 1,8 \cdot 1 - 1,6 \cdot 3 + B_y \cdot 4,5 - 6 \cdot 2,6 \sin 25^\circ = 0$
 $B_y = 2,13 \text{ kN}$

$\uparrow: A_y + B_y + 1,8 - 1,6 - 2,6 \sin 25^\circ = 0$
 $A_y = 1,6 - 1,8 + 2,6 \sin 25^\circ - 2,13 = -1,23 \text{ kN}$

$\rightarrow: 2,6 \cos 25^\circ - A_x = 0 \Rightarrow A_x = 2,36 \text{ kN}$

Snitt C

$\rightarrow: N_c - 2,36 = 0 \quad N_c = 2,36 \text{ kN}$
 $\downarrow: V_c + 1,23 = 0 \quad V_c = -1,23 \text{ kN}$

$\curvearrowright C: M_c + 1,23 \cdot 0,5 = 0 \quad M_c = -0,615 \text{ kNm}$

Snitt D

$\rightarrow: N_D = 2,36 \text{ kN}$
 $\downarrow: V_D + 1,23 - 1,8 = 0 \quad V_D = 0,57 \text{ kN}$

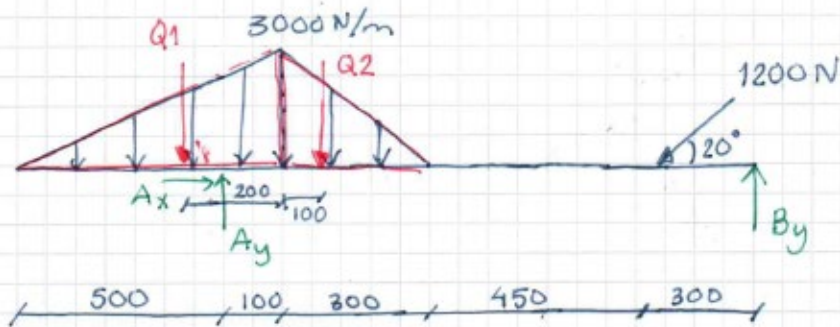
$\curvearrowright D: M_D + 1,23 \cdot 2 - 1,8 \cdot 1 = 0 \quad M_D = -0,66 \text{ kNm}$

Snitt E

$\rightarrow N_E = 2,36 \text{ kN}$
 $\downarrow V_E + 1,6 - 1,8 + 1,23 = 0 \quad V_E = 1,03 \text{ kN}$
 $\curvearrowright M_E + 1,6 \cdot 0,75 - 1,8 \cdot 2,75 + 1,23 \cdot 3,75 = 0$
 $M_E = -0,86 \text{ kNm}$

Snitt F (enklares att hitta höger om snittet)

$\leftarrow N_F = 2,36 \text{ kN}$
 $\uparrow V_F - 2,6 \sin 25^\circ = 0$
 $V_F = 1,1 \text{ kN}$
 $\curvearrowright M_F + 0,75 \cdot 2,6 \sin 25^\circ = 0$
 $M_F = -0,82 \text{ kNm}$



$$Q1 = \frac{3000 \cdot 0,6}{2} = 900 \text{ N}$$

$$Q2 = \frac{3000 \cdot 0,3}{2} = 450 \text{ N}$$

placeras i triangeln tp
dvs $\frac{600}{3} = \frac{300}{3}$

$$\uparrow \sum M_A = 0: B_y (100 + 300 + 450 + 300) - (100 + 300 + 450) \cdot 1200 \sin 20^\circ - 450 \cdot 200 + 900 \cdot 100 = 0$$

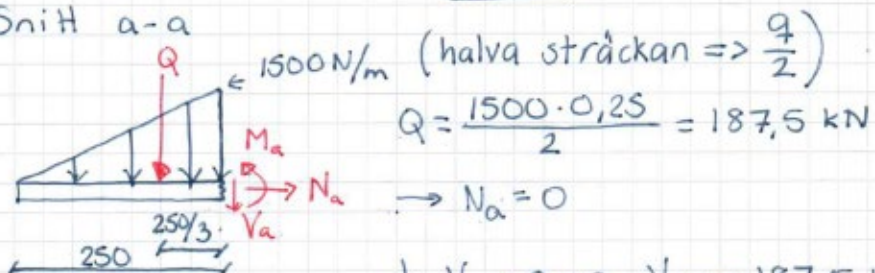
$$B_y = 303 \text{ N}$$

$$\uparrow \sum F_y = 0: A_y + B_y - 900 - 450 - 1200 \sin 20^\circ = 0$$

$$A_y = 900 + 450 + 1200 \sin 20^\circ - 303 = 1457 \text{ N}$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0: A_x - 1200 \cos 20^\circ = 0 \quad A_x = 1128 \text{ N}$$

Snitt a-a

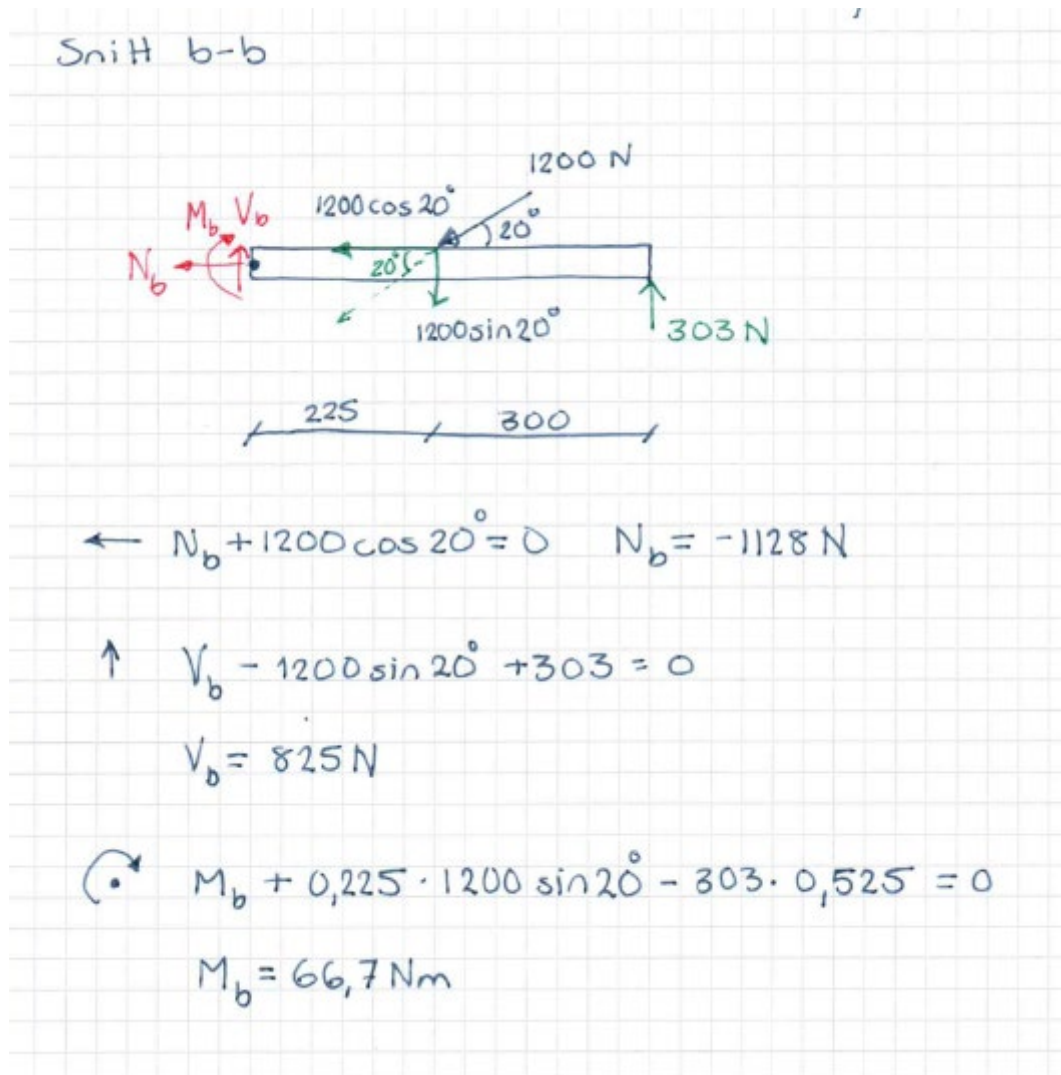


$$Q = \frac{1500 \cdot 0,25}{2} = 187,5 \text{ kN}$$

$$\rightarrow N_a = 0$$

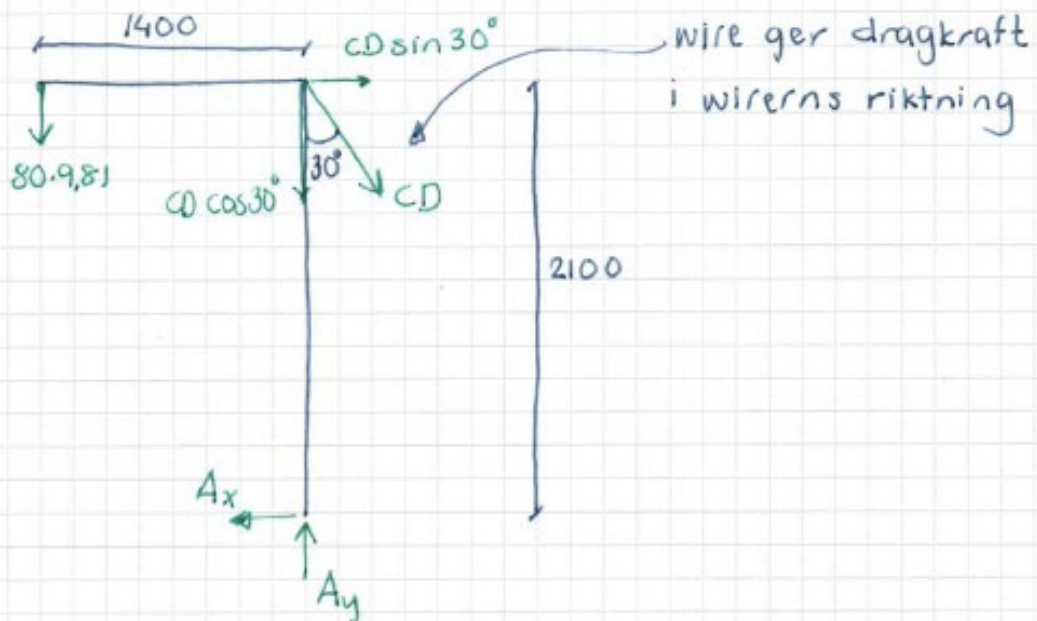
$$\downarrow \sum F_y = 0: V_a + Q = 0 \quad V_a = -187,5 \text{ kN}$$

$$\curvearrowright \sum M_a = 0: M_a + Q \cdot \frac{250}{3} = 0 \quad M_a = -15,6 \text{ Nm}$$



1.6a

Inre krafter och moment



$$\curvearrowleft A \quad 80 \cdot 9,81 \cdot 1400 - 2100 \cdot CD \sin 30^\circ = 0$$

$$CD = \frac{80 \cdot 9,81 \cdot 1400}{2100 \cdot \sin 30^\circ} = \underline{\underline{1046 \text{ N}}}$$

$$\uparrow \quad A_y - 80 \cdot 9,81 - CD \cos 30^\circ = 0$$

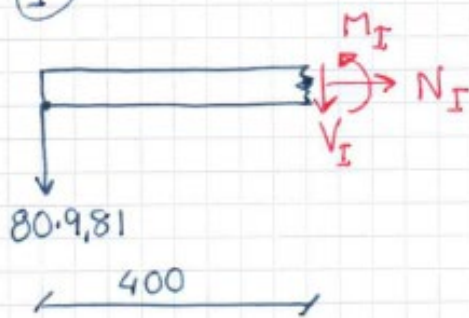
$$A_y = 80 \cdot 9,81 + 1046 \cos 30^\circ = \underline{\underline{1691 \text{ N}}}$$

$$\leftarrow \quad A_x - CD \sin 30^\circ = 0 \quad A_x = 1046 \sin 30^\circ = \underline{\underline{523 \text{ N}}}$$

1.6b

Inre krafter och moment

b (I)



Kommentar:

Stödkrafter behövs
inte för detta snitt.

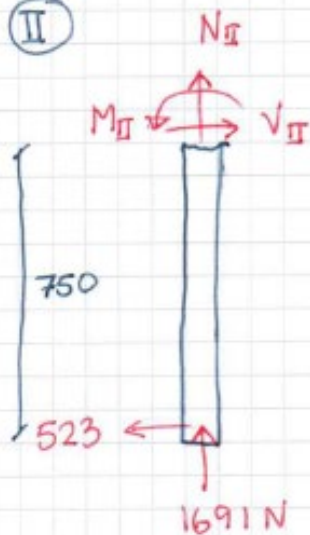
$$\rightarrow \underline{N_I = 0}$$

$$\downarrow V_I + 80.9,81 = 0 \quad V_I = \underline{\underline{-785 \text{ N}}}$$

$$\curvearrowright M_I + 80.9,81 \cdot 400 = 0$$

$$M_I = -313920 \text{ Nmm} = \underline{\underline{-314 \text{ Nm}}}$$

(II)

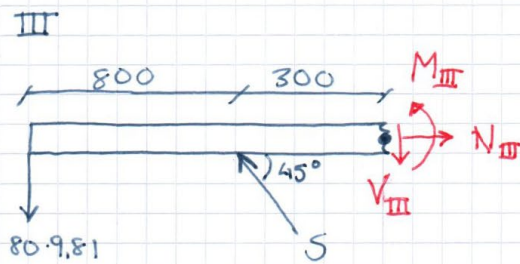


$$\uparrow N_{II} + 1691 = 0 \quad N_{II} = \underline{\underline{-1691 \text{ N}}}$$

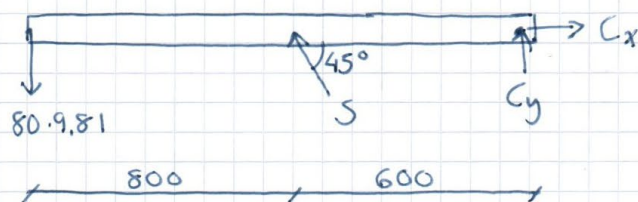
$$\rightarrow V_{II} - 523 = 0 \quad V_{II} = \underline{\underline{523 \text{ N}}}$$

$$\curvearrowright M_{II} - 523 \cdot 750 = 0$$

$$M_{II} = 392250 \text{ Nmm} = \underline{\underline{392 \text{ Nm}}}$$



S måste bestämmas ty 4 obekanta ($S, N_{III}, M_{III}, V_{III}$)
och endast 3 jämviktsekv. $\uparrow \rightarrow \curvearrowright$



$$\curvearrowleft \quad 80 \cdot 9,81 \cdot (800 + 600) - S \sin 45^\circ \cdot 600 = 0$$

$$S = 2590 \text{ N}$$

Jämvikt $\Rightarrow$ snittkrafter/moment i III

$$\rightarrow N_{III} - 2590 \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad \underline{N_{III} = 1831 \text{ N}}$$

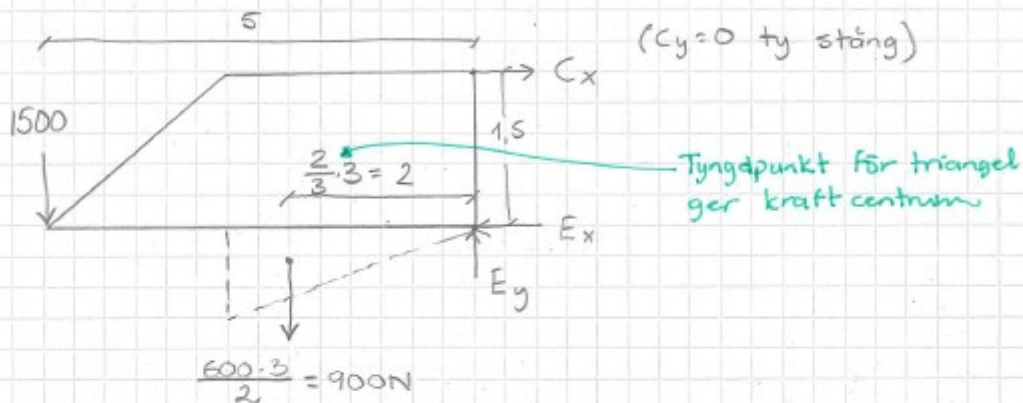
$$\downarrow V_{III} + 80 \cdot 9,81 - 2590 \sin 45^\circ = 0 \quad \underline{V_{III} = 1047 \text{ N}}$$

$$\curvearrowleft M_{III} + 80 \cdot 9,81 (800 + 300) - 2590 \sin 45^\circ \cdot 300 = 0$$

$$M_{III} = -313858 \text{ Nmm} = \underline{\underline{-132 \text{ Nm}}}$$

Kommentar: Pga en äldre lösning benämns tvärkraften som T . Ersätt med V och var konsekvent.

Frilägg = bestäm stödkrafter (globalt)

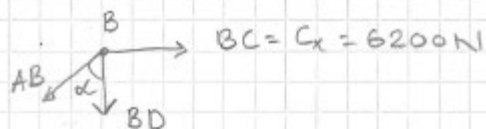


$$\curvearrowleft \sum M = 0: 1500 \cdot 5 + 900 \cdot 2 - C_x \cdot 1.5 = 0 \quad C_x = 6200 \text{ N}$$

$$\leftarrow \sum F_x = 0: E_x - C_x = 0 \Rightarrow E_x = C_x = 6200 \text{ N}$$

$$\uparrow \sum F_y = 0: E_y - 1500 - 900 = 0 \Rightarrow E_y = 2400 \text{ N}$$

Bestäm stångkrafter



$$\rightarrow \sum F_x = 0: BC - AB \sin 53.13^\circ = 0$$

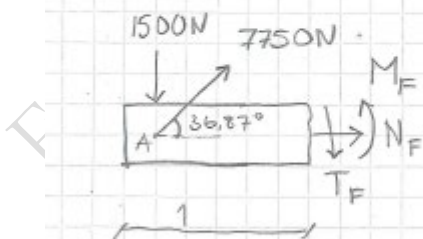
$$AB = 6200 / \sin 53.13^\circ = 7750 \text{ N}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2}{1.5}\right) = 53.13^\circ$$

$$\downarrow \sum F_y = 0: AB \cos 53.13^\circ + BD = 0$$

$$BD = -7750 \cos 53.13^\circ = -4650 \text{ N}$$

Snitta vid F



$$\rightarrow \sum F_x = 0: N_F + 7750 \cdot \cos 36.87^\circ = 0$$

$$N_F = -6200 \text{ N}$$

$$\downarrow \sum F_y = 0: T_F + 1500 - 7750 \sin 36.87^\circ = 0$$

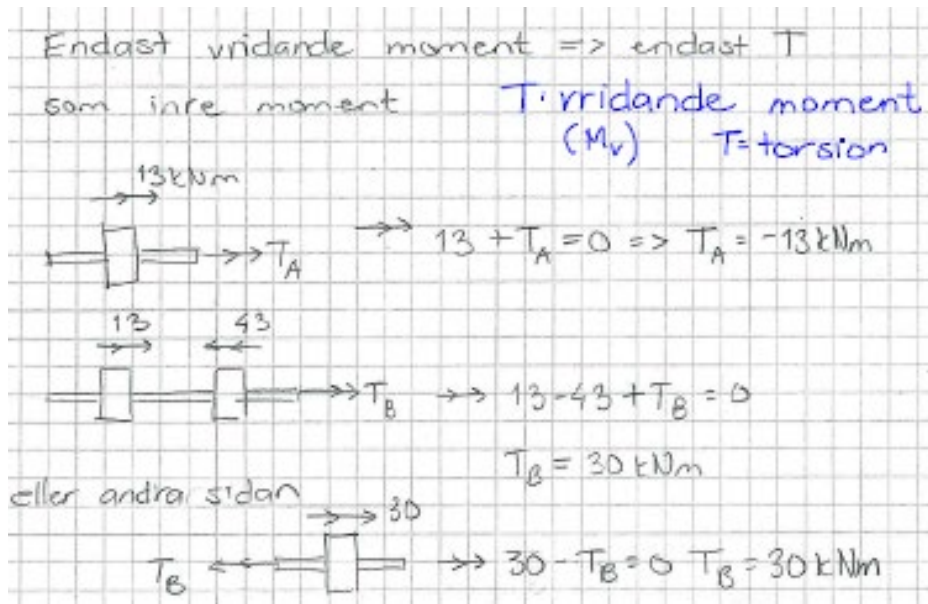
$$T_F = 3150 \text{ N}$$

Moment i A $\Rightarrow M_F$ enkelt

$\curvearrowleft \sum M_A = 0: M_F - T_F \cdot 1 = 0$

$$\curvearrowleft \sum M = 0: M_F + 1500 \cdot 1 - 7750 \cdot \sin 36.87^\circ \cdot 1 = 0$$

$$M_F = 3150 \text{ Nm}$$



2. Axiell belastning

2.1

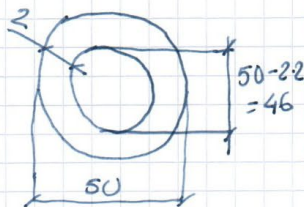
Axiell belastning

Sökt: σ_{AB} , σ_{BC}

$$A_{BC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 12^2}{4} = 113 \text{ mm}^2$$

$$A_{AB} = \frac{(D^2 - (D-2t)^2) \cdot \pi}{4} =$$

$$= \frac{(50^2 - 46^2) \cdot \pi}{4} = 302 \text{ mm}^2$$



$$\sigma = \frac{N}{A}$$

s.25

Areor finns på
s.18 i KB. Hänvisar
inte till detta i forts.

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Jag använder diameter
då det nästan alltid är
diametern som är det
angivna måttet

$$1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa}$$

(BC)

10 kN



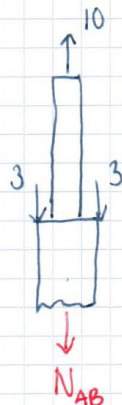
$$\downarrow N_{BC} - 10 = 0 \quad N_{BC} = 10 \text{ kN}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = \frac{10 \cdot 10^3}{113} = 88,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\underline{\sigma_{BC} = 88,5 \text{ MPa}}}$$

(AB)

10 (kN)



$$\downarrow N_{AB} + 2 \cdot 3 - 10 = 0 \quad N_{AB} = 4 \text{ kN}$$

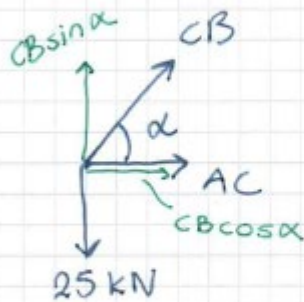
$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{4 \cdot 10^3}{302} = \underline{\underline{13,2 \text{ MPa}}}$$

Axiell belastning

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Frilagd knutpunkt C

$$\alpha = \arctan\left(\frac{3}{1,5}\right) = 63,4^\circ$$



$$\uparrow CB \sin 63,4^\circ - 25 = 0$$

$$CB = 27,95 \text{ kN}$$

$$\rightarrow AC + CB \cos 63,4^\circ = 0$$

$$AC = -12,52 \text{ kN}$$

a)

$$A = 40 \cdot 4 = 160 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{CB} = \frac{CB}{A} = \frac{27,95 \cdot 10^3}{160} = \underline{\underline{175 \text{ MPa}}} \text{ (drag)}$$

$$\sigma_{AC} = \frac{AC}{A} = \frac{-12,52 \cdot 10^3}{160} = \underline{\underline{-78 \text{ MPa}}} \text{ (tryck)}$$

$$b) \quad n = \frac{\text{Jämförandevärde}}{\text{Faktiskt värde}}$$

$$n_s = \frac{R_{eL}}{\sigma_{CB}} = \frac{210}{175} = \underline{\underline{1,2}} \text{ permanent def.}$$

$$n_B = \frac{R_m}{\sigma_{CB}} = \frac{360}{175} = \underline{\underline{2,05}} \text{ brott}$$

S235 3.50 x 8

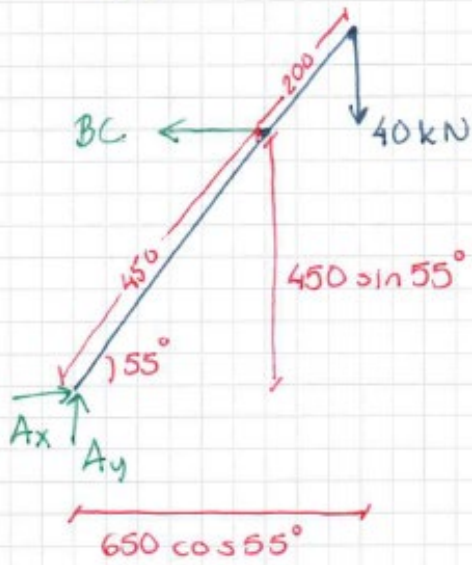
 $R_{eL} = 210 \text{ MPa}$ $R_m = 360 \text{ MPa}$

Søkt: b

Bestäm kraften i BC

Frilägg:

Givet:

 $t = 6 \text{ mm}$ $\sigma_{till} = 150 \text{ MPa}$ 

$$\sum \curvearrowright A \quad BC \cdot 450 \sin 55^\circ - 40 \cdot 650 \cos 55^\circ = 0$$

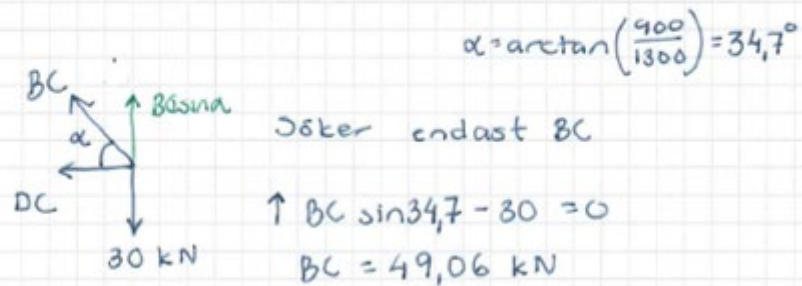
$$BC = 40,46 \text{ kN}$$

$$\sigma_{till} = \frac{BC}{t \cdot b} \Rightarrow b = \frac{BC}{t \cdot \sigma_{till}} = \frac{40460}{6 \cdot 150} = \underline{\underline{45 \text{ mm}}}$$

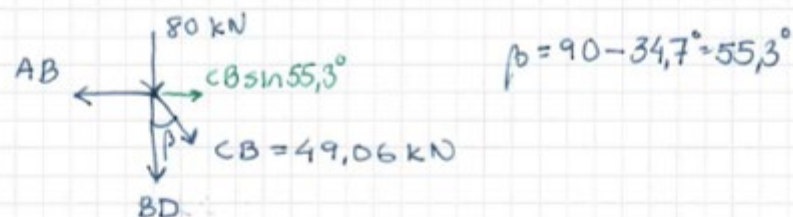
Sökt: d_{BE} , n_{AB}

Krafterna i $AB \neq BC$ måste bestämmas.

Knutpunkt C



Knutpunkt B



Söker endast AB $\leftarrow AB - 49,06 \sin 55,3 = 0$

$$AB = 40,33 \text{ kN}$$

4)

Bestäm σ_{HII} för AB

$$\sigma_{HII} = \frac{55 \cdot 10^3 \cdot 4}{24^2 \cdot \pi} = 121,6 \text{ MPa} \approx 120 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{AB}{A_{AB}} = \frac{40,33 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi \cdot 24^2} = 89 \text{ MPa}$$

$$n_{AB} = \frac{\sigma_{HII}}{\sigma_{AB}} = \frac{120}{89} = \underline{\underline{1,35}}$$

b)

$$\sigma_{BC} = \sigma_{AB} = 89 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{BC}{A_{BC}} = \frac{49,06 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi d^2} = 89$$

$$d = \sqrt{\frac{49,06 \cdot 10^3 \cdot 4}{89 \cdot \pi}} = 26,5 \text{ mm} = \underline{\underline{27 \text{ mm}}}$$

Sökt: d om $n_s=2$ och materialet S275JR

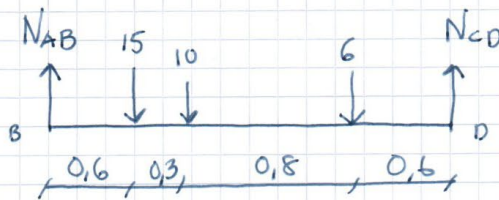
$$KB \text{ s. } 50 \Rightarrow R_{eL} = 250 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{till} = \frac{R_{eL}}{n} = \frac{250}{2} = 125 \text{ MPa}$$

KB s. 25

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Friläggning



$$\sum \uparrow B: N_{CD}(0,6+0,3+0,8+0,6) - 6(0,6+0,3+0,8) - 10(0,3+0,6) - 15 \cdot 0,6 = 0$$

$$N_{CD} = \frac{6 \cdot 1,7 + 10 \cdot 0,9 + 15 \cdot 0,6}{2,3} = 12,26 \text{ kN}$$

$$\uparrow N_{AB} + N_{CD} - 15 - 10 - 6 = 0 \Rightarrow N_{AB} = 18,74 \text{ kN}$$

$$N_{AB} > N_{CD} \Rightarrow F_{\max} = N_{AB} = 18,74 \text{ kN} \text{ (dimensionerande kraft)}$$

$$\sigma_{till} = \frac{F_{\max}}{A} = \frac{F_{\max} \cdot 4}{\pi d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{F_{\max} \cdot 4}{\pi \cdot \sigma_{till}}} = \sqrt{\frac{18740 \cdot 4}{\pi \cdot 125}} = 13,8 \text{ mm}$$

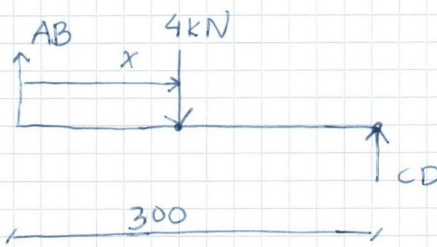
Svar: Välj $d = 14 \text{ mm}$

Sökt: x då dragspänningen stängen (d)
lika stor som tryckspänningen i fyrkantstaven

$$d = 18 \text{ mm} \Rightarrow A_{AB} = \frac{\pi \cdot 18^2}{4} = 255 \text{ mm}^2$$

$$a \times a = 25 \times 25 \text{ mm} \quad A_{CD} = 25^2 = 625 \text{ mm}^2$$

Friläggning



$$\uparrow AB + CD - 4 = 0 \quad CD = 4 - AB \quad (1)$$

$$\curvearrowright 4x - 300 \cdot CD = 0 \quad (2)$$

Spänningsvillkor

$$\sigma_{AB} = |\sigma_{CD}|$$

$$\frac{AB}{A_{AB}} = \frac{CD}{A_{CD}} \Rightarrow CD = \frac{A_{CD}}{A_{AB}} \cdot AB = \frac{625}{255} AB = 2,45 AB$$

$$(1) \Rightarrow 2,45 AB = 4 - AB \quad AB = \frac{4}{2,45 + 1} = 1,16 \text{ kN}$$

$$CD = 2,45 \cdot 1,16 = 2,84 \text{ kN}$$

$$(2) \quad x = \frac{300 CD}{4} = \frac{300 \cdot 2,84}{4} = \underline{\underline{213 \text{ mm}}}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{1160}{255} = 4,55 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{CD} = \frac{2840}{625} = 4,55 \text{ MPa} \quad \text{OK!}$$

Du kan även ta krafterna från uppgift 2.1

Sökt: a) δ_{AC} b) δ_B

$E = 70 \text{ GPa}$

Bestäm krafterna AB & BC

$\delta = \frac{FL}{AE}$

↓ $N_{BC} - 10 = 0$
 $N_{BC} = 10 \text{ kN}$

Tvårsnitt
 $A_{BC} = \frac{12^2 \cdot \pi}{4} = 113 \text{ mm}^2$

↓ $N_{AB} + 2 \cdot 3 - 10 = 0$
 $N_{AB} = 10 - 6 = 4 \text{ kN}$

$A_{AB} = \frac{\pi}{4}(50^2 - 46^2) = 302 \text{ mm}^2$
 alternativ för tunn-
 väggigt rör
 $A = \text{omkrets} \times \text{tjocklek.}$
 $A_{AB}^* = 48 \cdot \pi \cdot 2 = 302 \text{ mm}^2$

a) $\delta_{AC} = \delta_{AB} + \delta_{BC} = \frac{4000 \cdot 700}{302 \cdot 70 \cdot 10^3} + \frac{10000 \cdot 1500}{113 \cdot 70 \cdot 10^3} =$
 $= 0,1325 + 1,8963 = 2,03 \text{ mm (längre)}$

b) $\delta_B = \delta_{AB} = 0,13 \text{ mm uppåt.}$

KB s. 25

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\delta = L \cdot \varepsilon$$

$$\sigma = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4F}{\pi \sigma}} \quad (1)$$

$$kg/m = \rho \cdot A = \rho \cdot \frac{\pi d^2}{4} \quad (2)$$

Enhet
↓

$$\delta = L \cdot \frac{\sigma}{E} \quad (3)$$

	(1)	$\frac{kg}{m^3}$ ρ	$\frac{kg}{m}$ (2)	GPa E	δ mm (3)
stål	8,5 mm	7850	0,45	210	1,71 mm
Al	14 mm	2700	0,416	70	1,86 mm
Cu	11,6 mm	8930	0,94	120	1,58 mm

Välj aluminium $\Rightarrow 0,42 kg/m \approx \delta = 1,86 mm$

Sökt: $d_{\min}$, σ Givet: $L = 60 \text{ m}$

$$\delta_{\max} = 48 \text{ mm}$$

$$F = 6 \text{ kN}$$

$$E = 200 \text{ GPa} = 200 \cdot 10^9 \text{ Pa} \\ = 200 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$\delta = \frac{FL}{AE} \quad \text{KBs.25}$$

$$A_{\min} = \frac{FL}{\delta_{\max} \cdot E} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4FL}{\pi \delta_{\max} E}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6000 \cdot 60}{\pi \cdot 0,048 \cdot 200 \cdot 10^9}} = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 7 \text{ mm}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{6000 \cdot 4}{7^2 \cdot \pi} = 156 \text{ MPa}$$

Svar: Välj $d = 7 \text{ mm} \Rightarrow \sigma = 156 \text{ MPa}$

Sökt: d samt ε i %Givet: $F = 10 \text{ N}$ $E = 2,8 \text{ GPa}$

$$\sigma_{tu} = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2}$$

$$\sigma_{tu} = 40 \text{ MPa} = 40 \text{ N/mm}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{10 \cdot 4}{40 \cdot \pi}} = 0,564 \text{ mm}$$

$$\text{Välj } d = 0,6 \text{ mm} \Rightarrow \sigma = \frac{10 \cdot 4}{\pi \cdot 0,6^2} = 35,4 \text{ MPa}$$

Hooks lag KB. s.24

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{35,4 \cdot 10^6}{2,8 \cdot 10^9} = 0,0126 \Rightarrow 1,26\%$$

Svar: $d = 0,6 \text{ mm}$ $\varepsilon = 1,26\%$

Sökt: $d_{\min}$ Givet: $F = 11 \text{ N}$

$$E = 3,1 \text{ GPa}$$

Kontrollera om töjning

$$\sigma_{\text{till}} = 40 \text{ MPa}$$

eller spänning är dimensionerande.

$$\varepsilon_{\max} = 1\% = 0,01$$

Hooks lag: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

$$\varepsilon_{\text{till}} \text{ om } \sigma_{\text{till}} = 40 \text{ MPa} \quad \varepsilon_{\text{till}} = \frac{\sigma_{\text{till}}}{E} = \frac{40 \cdot 10^6}{3,1 \cdot 10^9} = 0,0129 \Rightarrow 1,3\%$$

Om spänningen är 40 MPa får vi töjningen 1,3%
men endast $\varepsilon = 1\%$ är tillåten $\Rightarrow$ töjningen

är dimensionerande.

Bestäm spänning som ger 1% töjning.

$$\sigma_{\text{dim}} = E \cdot \varepsilon_{\max} = \frac{F \cdot 4}{\pi d_{\min}^2}$$

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{4F}{E \varepsilon_{\max} \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11}{3,1 \cdot 10^9 \cdot 0,01 \cdot \pi}} = 0,672 \text{ mm}$$

Svar: $d_{\min} = 0,672 \text{ mm}$

EduME – Educa-

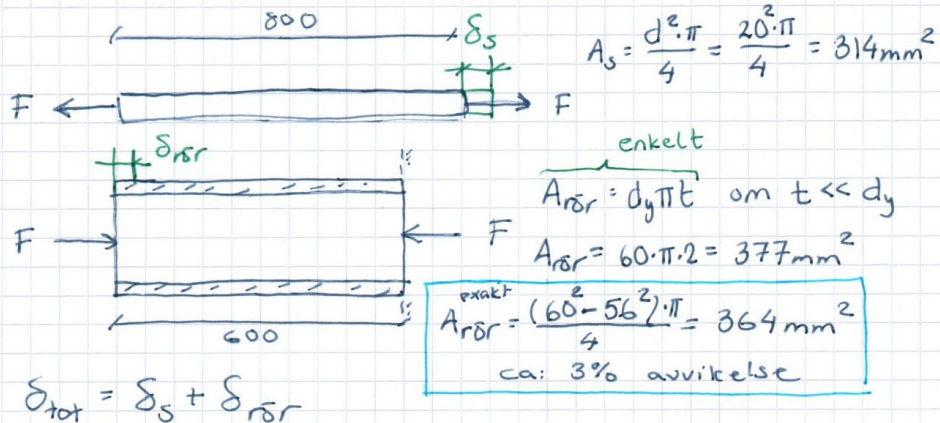
Sökt: C:s förflyttning

$$\delta = \frac{FL}{AE}$$

KB s. 25

$$E_{al} = 70 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{stål} = 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

Friläggning

$$\delta_{tot} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 800}{314 \cdot 70 \cdot 10^3} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 600}{364 \cdot 210 \cdot 10^3} = 1,456 + 0,303$$

$$\delta_{tot} = \underline{1,76 \text{ mm}} \text{ åt höger.}$$

1,77 A exakt

Sökt: Spänningen i strängerna

$$\delta = \frac{FL}{AE} \quad \sigma = \frac{F}{A} \quad \text{KB s. 25}$$

Friläggning



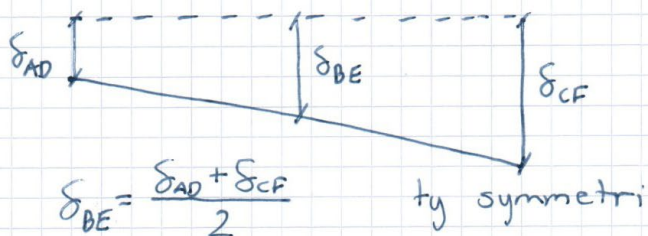
3 obekanta AD, BE, CF

2 ekv $\uparrow \curvearrow \Rightarrow$ statiskt obest.

$$\uparrow AD + BE + CF - 50 - 80 = 0 \quad (1)$$

$$\curvearrow 50 \cdot 1 - BE \cdot 2 + 80 \cdot 3 - CF \cdot 4 = 0 \quad (2)$$

Balken D-F är stel



$$\delta_{BE} = \frac{\delta_{AD} + \delta_{CF}}{2}$$

ty symmetri

$$\frac{BE \cdot L}{AE} = \frac{1}{2} \left(\frac{AD \cdot L}{AE} + \frac{CF \cdot L}{AE} \right)$$

$$BE = \frac{1}{2} (AD + CF)$$

$$(1) \quad AD + CF + BE = 130$$

$$(2) \quad 2BE + 4CF = 290$$

$$(3) \quad 2BE = AD + CF$$

$$(1) \text{ o } (3) \Rightarrow 2BE + BE = 130 \Rightarrow BE = 43,3 \text{ kN}$$

$$(2) \Rightarrow 2 \cdot 43,3 + 4CF = 290 \Rightarrow CF = 50,8 \text{ kN}$$

$$(1) \Rightarrow AD = 130 - 43,3 - 50,8 = 35,9 \text{ kN}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 18^2}{4} = 255 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{AD} = \frac{35,9 \cdot 10^3}{255} = 141 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BE} = \frac{43,3 \cdot 10^3}{255} = 170 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{CF} = \frac{50,8 \cdot 10^3}{255} = 199 \text{ MPa}$$

3. Termisk belastning

3.1

Termisk belastning

Stål: $E = 210 \text{ GPa}$ KB
s. 70 $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

$$\Delta l = l \alpha \Delta T \text{ s. 70}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \text{ s. 25}$$

KB

Hooks lag $\sigma = E \cdot \varepsilon$

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta l}{l} = \alpha \cdot \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 150 = 1,8 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (1)$$

$$F_A = F_B = A \cdot \sigma \quad (2)$$

$$A = \frac{(d_y^2 - d_i^2) \cdot \pi}{4}, \quad d_i = d_y - 2t \quad (3)$$

	(3) A (mm ²)	(1) σ (MPa)	F_{AB} (kN)
DN50	366	378	138
DN125	1705	378	645
DN300	4021	378	1520

- Spänningen är lika för samtliga dimensioner.

Spänning erhålls från Hooks lag $\hat{=}$ endastelasticitet, temperaturhöjning och längdutvidgnings-
koefficient påverkar spänningen. (ej area)

- Kraften påverkas dock av area. Ju större area som hindrar utvidgningen ju större kraft.

Sökt: a) σ_{al} , $\sigma_{stål}$ b) δ

Givet: $\Delta T = 180^\circ\text{C}$

$L = 300\text{ mm}$

Stålkärna

$$\alpha_s = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$E_s = 210\text{ GPa}$$

$$A_s = \frac{\pi 30^2}{4} = 707\text{ mm}^2$$

Al-hölje

$$\alpha_{al} = 23,5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$E_{al} = 70\text{ GPa}$$

$$A_{al} = \frac{(60^2 - 30^2)\pi}{4} = 2121\text{ mm}^2$$

Inre krafter skapas pga ΔT och kombinationen av två material.

$\alpha_s < \alpha_{al} \Rightarrow$ Höljet vill bli längre än stålkärnan.

Stålkärnan hindrar al-höljet att förlängas

$\Downarrow$

tryck i al-höljet $\equiv$ drag i stålkärnan

$\Downarrow$

$$N_{al} = -N_s \quad (1)$$

$$\text{längden förblir } L \Rightarrow \delta_{al} = \delta_s \quad (2)$$

$$(3) \begin{cases} \delta_{al} = L\alpha_{al}\Delta T + \frac{N_{al} \cdot L}{A_{al} E_{al}} \\ \delta_s = L\alpha_s\Delta T + \frac{N_s L}{A_s E_s} \end{cases}$$

$$(1) \equiv (2) \Rightarrow (3)$$

$$L\alpha_{al}\Delta T - \frac{N_s \cdot L}{A_{al} E_{al}} = L\alpha_s\Delta T + \frac{N_s L}{A_s E_s}$$

$$N_s \left(\frac{1}{A_{al} E_{al}} + \frac{1}{A_s E_s} \right) = (\alpha_{al} - \alpha_s) \Delta T$$

$$\delta^T = L\alpha\Delta T$$

KB s.70

$$\delta^F = \frac{NL}{AE}$$

KB s.25

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Kommentar:
L har ingen betydelse
för krafterna
ty lika långa.

3.2 forts.

Termisk belastning

$$N_s = \frac{(23,5-12) \cdot 10^{-6} \cdot 180}{\frac{1}{2121 \cdot 70 \cdot 10^3} + \frac{1}{707 \cdot 210 \cdot 10^3}} = 153666 \text{ N}$$

$$N_{al} = -N_s = -153666 \text{ N}$$

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A_s} = \frac{153666}{70,7} = \underline{\underline{217 \text{ MPa}}}$$

$$\sigma_{al} = \frac{N_{al}}{A_{al}} = \frac{-153666}{2121} = \underline{\underline{-72 \text{ MPa}}}$$

$$\delta = \delta_{al} = \delta_s = 300 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 180 + 217 \cdot \overset{\frac{F}{A}}{\frac{300}{210 \cdot 10^3}} = \underline{\underline{0,96 \text{ mm}}}$$

Kontrollräkna även δ_{al}

$$\delta_{al} = 300 \cdot 23,5 \cdot 10^{-6} \cdot 180 - 72 \cdot \frac{300}{70 \cdot 10^3} = 0,96 \text{ mm} \quad \text{OK!!!}$$

Sökt: $\sigma_m, \sigma_s, \delta_B$ Givet: $\Delta T = 50^\circ\text{C}$

$$E_m = 105 \text{ GPa} \quad \alpha_m = 19,6 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$E_s = 210 \text{ GPa} \quad \alpha_s = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Superposition

* Släpp A fri $\Rightarrow$ beräkna δ (enda last är ΔT)* Beräkna kraft som trycker tillbaka δ

$$\delta = \alpha_s \cdot \Delta T \cdot 250 + \alpha_m \cdot \Delta T \cdot 300 = 50 (12 \cdot 250 + 19,6 \cdot 300) \cdot 10^{-6}$$

$$\delta = 0,444 \text{ mm}$$

$$\Delta L = L \alpha \Delta T$$

KB s. 70

$$\delta = \frac{F \cdot 250 \cdot 4}{30^2 \cdot \pi \cdot 210 \cdot 10^3} + \frac{F \cdot 300 \cdot 4}{50^2 \cdot \pi \cdot 105 \cdot 10^3} = 0,444$$

$$F = 141432 \text{ N}$$

$$\delta = \frac{FL}{AE}$$

KB s. 25

$$\sigma_s = \frac{141432 \cdot 4}{30^2 \cdot \pi} = 200 \text{ MPa (tryck)}$$

$$\sigma_m = \frac{141432 \cdot 4}{50^2 \cdot \pi} = 72 \text{ MPa (tryck)}$$

$$\delta_m^F = \frac{FL}{AE} = -\sigma_m \frac{L}{E_m} = -72 \frac{300}{105 \cdot 10^3} = -0,206 \text{ pga kraften}$$

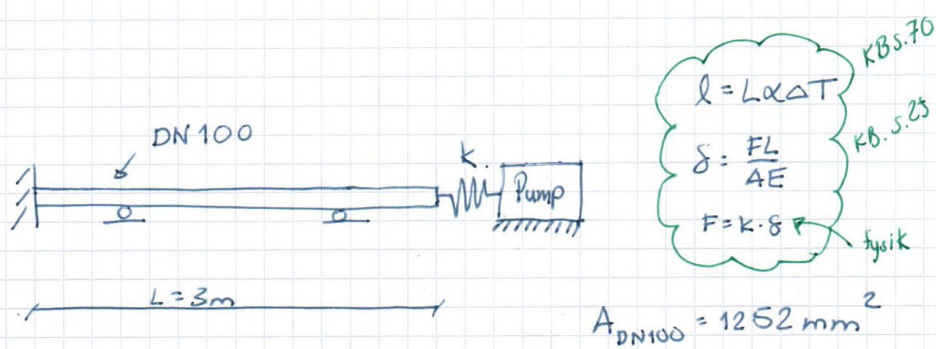
$$\delta_m^T = \alpha_m \Delta T \cdot 300 = 19,6 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 300 = 0,294 \text{ mm}$$

$$\delta_B = 0,294 - 0,206 = 0,088 \text{ mm}$$

Tänk på att:

$$\delta_s^T + \delta_s^F + \delta_m^F + \delta_m^T = 0$$

pos neg neg pos



$$F_{\text{max}}^{\text{pump}} = 1200\text{ N}$$

$$\delta^T = L \alpha \Delta T = 3000 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 4,32\text{ mm}$$

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{1200}{4,32} = 278\text{ N/mm}$$

Antagit: $\delta^T = \delta_{\text{fjäder}}$ ok om $\delta_{\text{fjäder}} \gg \delta_{DN100}$

Kontrollera δ_{DN100} om $F = 1200\text{ N}$.

$$\delta = \frac{FL}{AE} = \frac{1200 \cdot 3000}{1252 \cdot 210 \cdot 10^3} = 0,014\text{ mm}$$

Antagandet är ok ty i princip all termisk expansion tas upp av bålgen

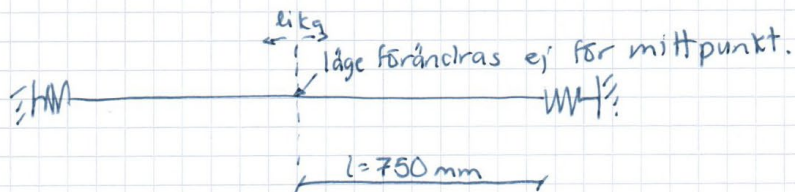
Svar: $k = 278\text{ N/mm}$

Sökt: $\sigma_{stäng}$

Givet: $k = 1500 \text{ N/mm}$ $\delta_0 = 4 \text{ mm}$

Inse: kraften i stängen = fjädrarna blir lika vid ΔT .

Om man ser att det är symmetri är det oftast enkelt att räkna på halva strukturen.



Vid montering $F_0 = k \cdot \delta_0 = 1500 \cdot 4 = 6000 \text{ N}$

$T = 15^\circ$ $\Delta T = 0$



$T = 200^\circ \Rightarrow \Delta T = 200 - 15 = 185^\circ \text{C}$



δ är förlängningen hos stängen och
hoptryckning hos fjädrarna.

$$\delta = \delta^T - \frac{F \cdot l}{AE} \stackrel{(1)}{=} \frac{F - F_0}{k} = \frac{F}{k} - \frac{F_0}{k} = \frac{F}{k} - \delta_0 \quad (2)$$

$$\delta^T = l \alpha \Delta T = 750 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 185 = 1,665 \text{ mm}$$

3.5 fortsättning

Termisk belastning

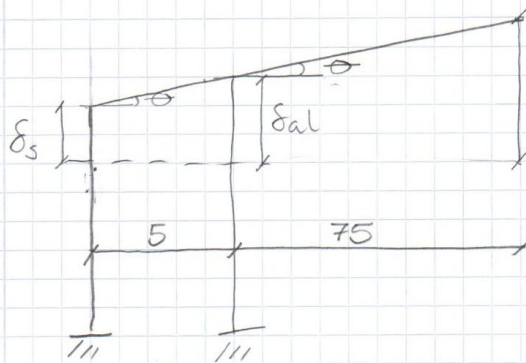
$$(2) \quad \delta^T - \frac{FL}{AE} = \frac{F}{k} - \delta_0$$

$$\delta^T + \delta_0 = F \left(\frac{L}{AE} + \frac{1}{k} \right)$$

$$F = \frac{1,665 + 4}{\frac{750}{3^2 \cdot \pi \cdot 210 \cdot 10^3} + \frac{1}{1500}} = 7144 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{7144}{3^2 \cdot \pi} \approx 253 \text{ MPa}$$

Sökt: δ_E vid $\Delta T = 40^\circ$



$$\delta_E = \delta_{al} + \theta \cdot 75$$

s. 70

$$\Delta L = L \alpha \Delta T$$

$$\alpha_{al} = 23,5 \cdot 10^{-6}$$

$$\alpha_s = 12 \cdot 10^{-6}$$

KB s. 70



$$\text{små } \theta \Rightarrow b = \Delta y \quad b = r \theta$$

$$\theta = \frac{b}{r} = \frac{\delta_{al} - \delta_s}{5} = \frac{0,0161}{5} = 3,22 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\delta_{al} - \delta_s = \Delta T \cdot L (\alpha_{al} - \alpha_s) = 40 \cdot 35 (23,5 - 12) \cdot 10^{-6}$$

$$\delta_{al} - \delta_s = 0,0161 \text{ mm} \quad \uparrow$$

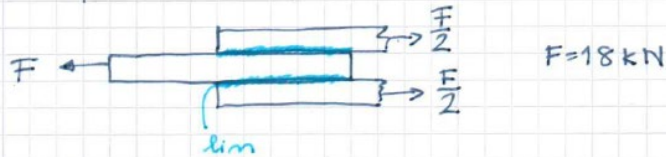
$$\delta_{al} = 40 \cdot 35 \cdot 23,5 \cdot 10^{-6} = 0,0329 \text{ mm}$$

$$\delta_E = 0,0329 + \underbrace{3,22 \cdot 10^{-3} \cdot 75}_{0,24 \text{ mm}} = \underline{\underline{0,27 \text{ mm}}}$$

4. Skjuvning

4.1

Skjuvning

1. Sökt: n_b Givet: $\tau_b = 2,5 \text{ MPa}$ 

$$A_{\text{lim}} = \frac{(200-8)}{2} \cdot 130 = 12480 \text{ mm}^2$$

$$\tau = \frac{F}{2A_{\text{lim}}} = \frac{18000}{2 \cdot 12480} = 0,72 \text{ MPa}$$

$$n_b = \frac{2,5}{0,72} = \underline{\underline{3,47}}$$

Sökt: L

Givet: $\tau_{\text{HII}} = 2 \text{ MPa} = 2 \text{ N/mm}^2$

$F = 5 \text{ kN}$

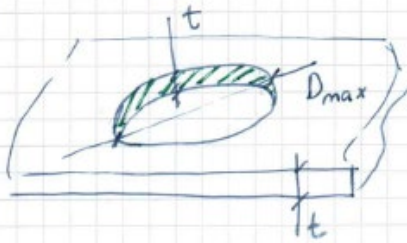
En limmad yta: $A_{\text{lim}} = 20 \cdot L$

Det finns 7st limmade ytor (röda)

$$\tau_{\text{HII}} = \frac{F}{7 \cdot A_{\text{lim}}} = \frac{5000}{7 \cdot 20 \cdot L} = 2$$

$$L = \frac{5000}{7 \cdot 20 \cdot 2} = 17,9 \text{ mm}$$

Svar: $L_{\text{min}} = 18 \text{ mm}$

Sökt: D_{max} Givet: $\tau_b = 55 \text{ MPa}$ $F_{stans} = 40 \text{ kN}$ $t = 8 \text{ mm}$ 

Stansa ut en form.

Tänk trycka ut

pepparkakor...

Brotthytan blir

omkrets x tjocklek

$$A_{skjuv} = D_{max} \cdot \pi \cdot t$$

$$\tau_b = \frac{F_{stans}}{A_{skjuv}} = \frac{40000}{D_{max} \cdot \pi \cdot 8} = 55$$

$$D_{max} = \frac{40000}{\pi \cdot 8 \cdot 55} = 28,9 \text{ mm}$$

Svar: $D_{max} = 28 \text{ mm}$
(avrunda nedåt)

Sökt: $r_{\max}$ Givet: $R_m = 420 \text{ MPa}$ $t = 2 \text{ mm}$ $F_{\text{statisk}} = 120 \text{ kN}$.Skjuvbrottgränsen $\tau_b = 0,6 \cdot R_m = 0,6 \cdot 420 = 252 \text{ MPa}$

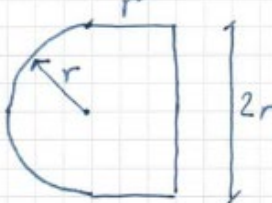
$$\tau = \frac{F}{A_{\text{skjuv}}} \quad \text{s. 25 KB}$$

$$\uparrow \text{ s. 25 (}\tau_{\text{till}} = 0,6 \cdot \sigma_{\text{till}}\text{)} \quad \text{KB}$$

Ytan som skjuvas (snittytan) är:

 $A_{\text{skjuv}} = \text{omkrets} \times \text{tjocklek}$.

(A)

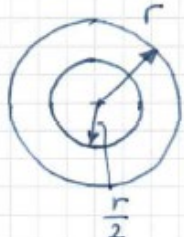


$$A_{\text{skjuv}} = t \left(\frac{2r\pi}{2} + 4r \right) = tr(\pi + 4)$$

$$\tau_b = \frac{F}{tr(\pi + 4)} \Rightarrow r = \frac{F}{\tau_b(\pi + 4)t} = \frac{120\,000}{252(\pi + 4) \cdot 2} = 33,3 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{r_{\max} = 33 \text{ mm}}}$$

(B)

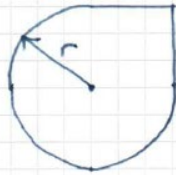


$$A_{\text{skjuv}} = \left(2r\pi + 2 \frac{r}{2} \pi \right) t = tr\pi(2 + 1) = 3r\pi t$$

$$\tau_b = \frac{F}{3r\pi t} \Rightarrow r = \frac{F}{\tau_b \cdot 3\pi t} = \frac{120\,000}{252 \cdot 3 \cdot \pi \cdot 2} = 25,3$$

$$\underline{\underline{r_{\max} = 25 \text{ mm}}}$$

c)



$$A_{skjuv} = t \left(\frac{3}{4} 2r\pi + 2r \right) =$$

$$= 2rt \left(\frac{3}{4} \pi + 1 \right)$$

$$\tau_b = \frac{F}{2rt \left(\frac{3}{4} \pi + 1 \right)} \Rightarrow r = \frac{F}{\tau_b 2t \left(\frac{3}{4} \pi + 1 \right)}$$

$$r = \frac{120000}{262 \cdot 2 \cdot 2 \left(\frac{3}{4} \pi + 1 \right)} = 35,5 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{r_{max} = 35 \text{ mm}}}$$

Sökt: h .

6 kN

35°

$T = 6 \cdot \cos 35^\circ = 4,915 \text{ kN}$

Skjuvad yta

$A = h \cdot 30$

$\tau_{ku} = 0,6 \cdot 15 = 9 \text{ MPa}$

$q = \frac{4915}{h \cdot 30} \Rightarrow h = \frac{2457}{9 \cdot 30} = 18,2 \text{ mm}$

Välj: $h = 20 \text{ mm}$

Givet $\sigma_{ku} = 15 \text{ MPa}$

$\tau_m = \frac{T}{A}$

$\tau_{ku} = 0,6 \sigma_{ku}$ KB. 5.25

N

T

Sökt: τ_{pinne}

$\curvearrowright_C \quad 2 \cdot F_{pinne} \cdot 7,5 - 2 \cdot 25 \cdot 300 = 0$

$F_{pinne} = 25 \cdot \frac{300}{7,5} = 1000 \text{ N}$

$\tau = \frac{F_{pinne}}{A_{pinne}} = \frac{1000 \cdot 4}{\pi \cdot 6^2} = \underline{\underline{35,4 \text{ MPa}}}$

7. Sökt:

a) d_{bult} b) p_{max} c) $\sigma_{\text{klon}}^{\text{max}}, \sigma_{\text{plattjärn}}^{\text{max}}$

Givet:

$$\tau_{\text{HII}} = 180 \text{ MPa}$$

$$F = 35 \text{ kN}$$

a) Bulten skjuvas i två ytor, A.

$$\tau_{\text{HII}} = \frac{F}{2A} = \frac{35000}{2 \cdot \pi d^2} = 180$$

$$d = \sqrt{\frac{35000 \cdot 2}{\pi \cdot 180}} = 11,1 \text{ mm} \quad \text{Välj: } d = 12 \text{ mm}$$

b) Klonshålkanter (2st) tar upp F. Total höjd på hålkanterna $7+7=14 \text{ mm}$

Plattjärnets hålkant (1st) tar upp F, med höjden 15 mm.

 $15 \text{ mm} > 14 \text{ mm}$ högst hålkantstryck i klon.

$$p_{\text{max}} = \frac{F}{2 \cdot 7 \cdot d} = \frac{35000}{2 \cdot 7 \cdot 12} = 208 \text{ MPa}$$

c) Svagt snitt genom bulten



$$\sigma_{\text{klon}}^{\text{max}} = \frac{F}{2t_k(B-d)} = \frac{35000}{2 \cdot 7(50-12)} = 65,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{plattj}^{\text{max}}} = \frac{F}{t_{\text{plj}}(B-d)} = \frac{35000}{15(50-12)} = 61,4 \text{ MPa}$$

5. Vridning

5.1

Vridning

Søkt: τ_{bc} Givet: $d = 30 \text{ mm}$ 

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad 5.25$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad 6.26$$

$$M_B = (9 - 5) \cdot 10^3 \cdot 150 = 600\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_C = (10 - 7) \cdot 10^3 \cdot 200 = 600\,000 \text{ Nmm}$$

$$\tau = \frac{600\,000 \cdot 16}{30^3 \cdot \pi} = 113 \text{ MPa}$$

3. Sökt: $\tau_{\max}$ Givet: $d = 25 \text{ mm}$, $n = 50 \text{ varv/s}$

$$\gamma = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{s. 25}$$

$$n = 50 \text{ varv/s} = 50 \cdot 60 = 3000 \text{ rpm}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{s. 26}$$

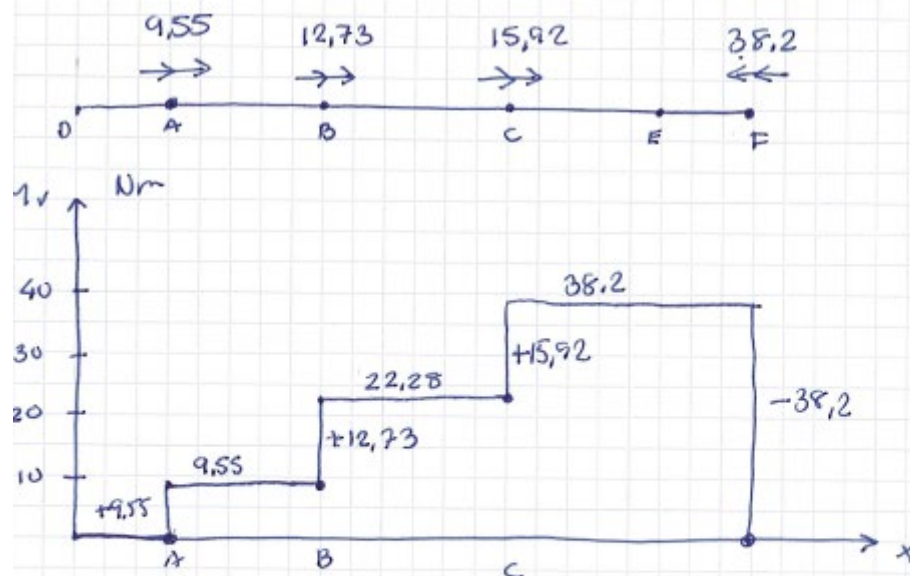
$$M_A = \frac{3 \cdot 9550}{3000} = 9,55 \text{ Nm}$$

$$P = \frac{M n}{9550} \quad \begin{matrix} \text{kW} \\ \text{Nm} \\ \text{rpm} \end{matrix} \quad \text{s. 23}$$

$$M_B = \frac{4 \cdot 9550}{3000} = 12,73 \text{ Nm}$$

$$M_C = \frac{5 \cdot 9550}{3000} = 15,92 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{motor}} = 15,92 + 12,73 + 9,55 = 38,2 \text{ Nm}$$



$$\tau_{\max} = \frac{M_{CF}}{W_v} = \frac{38,2 \cdot 10^3 \cdot 16}{25^3 \cdot \pi} = \underline{\underline{12,5 \text{ MPa}}}$$

Sökt: a) M_v b) d

Friläggning



Givet:

$$a = 300 \text{ mm}$$

$$b = 125 \text{ mm}$$

$$t = 4 \text{ mm}$$

$$d_y = 70 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25}$$

$$W_v^{\text{rör}} = \frac{\pi}{2} t \cdot d_m^2$$

$$W_v^{\text{stäng}} = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{KB s. 26}$$

a)

Röret begränsar M_v .

$$\tau_{\text{till}}^{\text{AB}} = 55 \text{ MPa}$$

$$d_m \text{ (medeldiameter)} \quad d_m = d_y - t = 70 - 4 = 66 \text{ mm}$$

 $4 \ll 66 \Rightarrow$ tunnväggigt rör

$$W_v^{\text{rör}} = \frac{\pi}{2} \cdot 4 \cdot 66^2 = 27370 \text{ mm}^3$$

$$M_v = \tau_{\text{till}}^{\text{AB}} \cdot W_v^{\text{rör}} = 55 \cdot 27370 = 1505326 \text{ Nmm} = \underline{\underline{1505 \text{ Nm}}}$$

b)

$$M_v = 1505 \text{ Nm}$$

$$\tau_{\text{till}}^{\text{AB}} = 80 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{till}}^{\text{AC}} = \frac{M_v}{W_v^{\text{stäng}}} = \frac{M_v \cdot 16}{\pi d^3}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1505 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 80}} = \underline{\underline{46 \text{ mm}}}$$

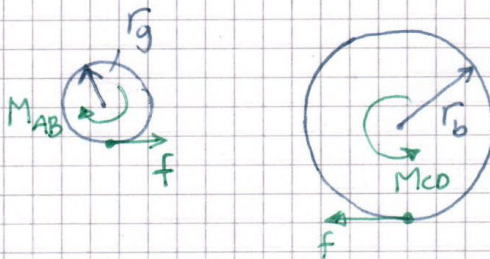
Sökt: $\tau_{\max}$ Givet: $d_{AB} = 45 \text{ mm}$ $d_{CD} = 65 \text{ mm}$ $r_b = 250 \text{ mm}$ $r_g = 100 \text{ mm}$ $M_v = 500 \text{ Nm}$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25-26}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16}$$

$$M_{AB} = M_v = 500 \text{ Nm}$$

$M_{CD} > M_{AB}$ ty man går från litet kugghjul (kort hävarm) till större kugghjul (lång hävarm)



F är kontaktkraften i kuggarna.
radien blir då hävarmen

$$M_{AB} = F \cdot r_g \quad M_{CD} = F \cdot r_b$$

$$\frac{M_{AB}}{r_g} = \frac{M_{CD}}{r_b} \Rightarrow M_{CD} = M_{AB} \cdot \frac{r_b}{r_g}$$

$$M_{CD} = 500 \cdot \frac{250}{100} = 1250 \text{ Nm}$$

$$\tau_{AB} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 45^3} = 28 \text{ MPa} = \tau_{\max}$$

$$\tau_{CD} = \frac{1250 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 65^3} = 23 \text{ MPa}$$

Sökt: θ_A

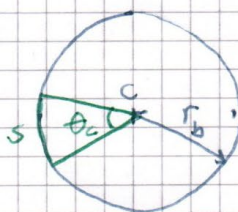
När M_v belastar A kommer flexibiliteten i axel AB & CD göra att ände A vrids.

Även kugghjulen kommer påverka vridningen i A.

Bestäm hur B påverkas av en vridning i G.

$$\theta = \frac{M_v L}{I_v G} \quad \text{KB s. 25}$$

$$I_v = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{KB s. 26}$$



$$b = r_2 \alpha = r \theta \quad \text{KB s. 18}$$

Kugghjulen hänger ihop så s måste vara lika.

$$\left. \begin{array}{l} s = \theta_B \cdot r_g \\ s = \theta_C \cdot r_b \end{array} \right\} \theta_B r_g = \theta_C r_b \Rightarrow \theta_B = \theta_C \frac{r_b}{r_g}$$

$$\theta_B = \theta_C \cdot \frac{250}{100} = \theta_C \cdot 2,5$$

$$\theta_C = \theta_{CD}$$

Här förstärks vinkeln i B pga av vinkeländring i G.

$$\theta_A = \theta_{AB} + 2,5 \theta_{CD}$$

$$M_{AB} = M_v = 500 \text{ Nm}$$

$$M_{CD} = M_{AB} \cdot \frac{250}{100} = M_{AB} \cdot 2,5$$

$$M_C = 1250 \text{ Nm}$$

↙ Momentet förstärks då vi går från kort hävarm (r_g) till längre hävarm (r_b)

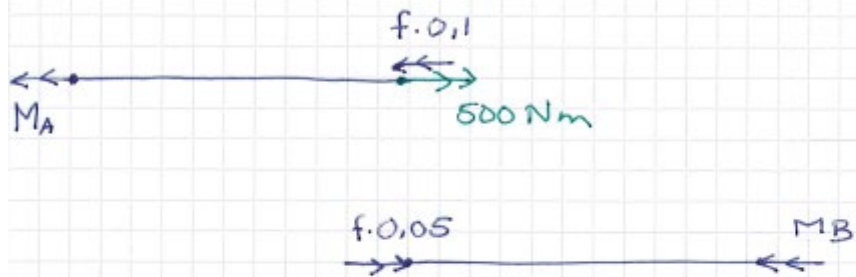
$$\theta_A = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 800 \cdot 32}{\pi \cdot 45^4 \cdot 70 \cdot 10^3} + 2,5 \frac{1250 \cdot 10^3 \cdot 600 \cdot 32}{\pi \cdot 65^4 \cdot 70 \cdot 10^3} =$$

$$= 0,0142 + 2,5 \cdot 0,00611 = 0,0295 \text{ rad} = 0,0295 \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{1,69^\circ}}$$

Sökt: $M_A \approx M_B$

$$\theta = \frac{M_v L}{I_v G} \quad \text{s.25}$$

Fri laggning



$$\begin{cases} \leftarrow M_A + f \cdot 0,1 - 500 = 0 \\ \leftarrow M_B - f \cdot 0,05 = 0 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} M_A = 500 - 2 M_B \\ \text{statiskt obest.} \end{array} \right\}$$

Geometriskt villkor

$$\theta_F = \theta_E \frac{100}{50} = \theta_E \cdot 2$$

$$\frac{M_B \cdot 0,75}{I_v G} = \frac{(500 - 2 M_B) \cdot 1,5}{I_v G} \cdot 2$$

$$0,75 M_B = 1500 - 6 M_B \quad \Rightarrow \quad M_B = \frac{1500}{6,75} = 222 \text{ Nm}$$

$$M_A = 500 - 2 \cdot 222 = 56 \text{ Nm}$$

6. Moment och tvärkraftsdiagram

6.1

Moment och tvärkraftsdiagram

$q = 5 \text{ kN/m}$
 $Q = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kN}$

$\curvearrowright A \quad B_y \cdot 3,5 - 10 \cdot 1 = 0 \Rightarrow B_y = 2,857 \text{ kN}$

$\uparrow \quad A_y + B_y - 10 = 0 \quad A_y = 10 - 2,857 = 7,143 \text{ kN}$

Två kontinuerliga områden ger två uppsättningar av ekvationer. (I) & (II)

Snitt I (på avståndet x från A)

$5x$ ← totala lasten Q över längden x .

$\curvearrowright M_I(x) + 5x \cdot \frac{x}{2} - 7,143x = 0$

$M_I(x) = 7,143x - 2,5x^2$

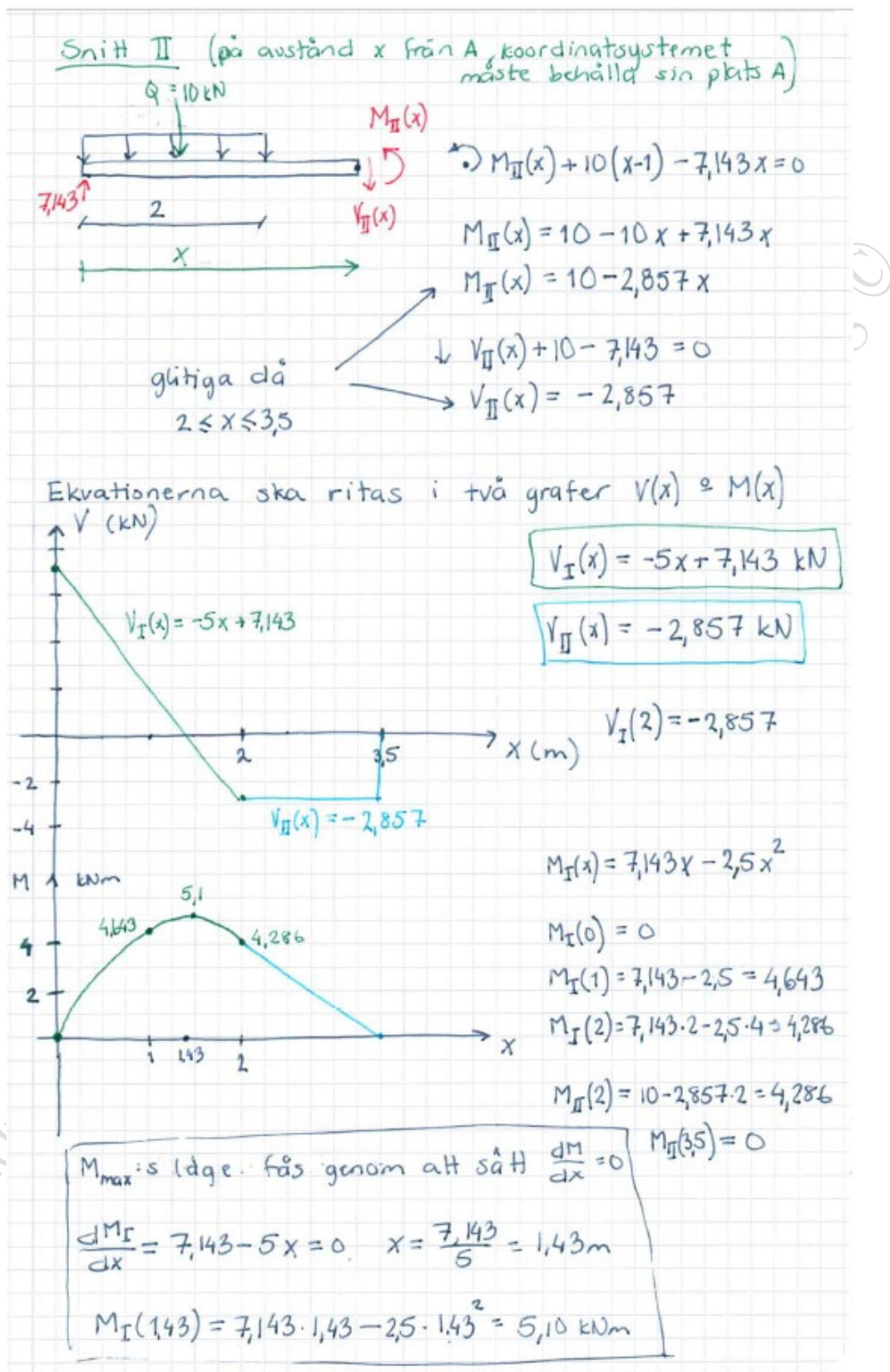
$\downarrow V_I(x) + 5x - 7,143 = 0$

$\rightarrow V_I(x) = 7,143 - 5x$

glidiga då
 $0 \leq x \leq 2$

6.1 fortsättning

Moment och tvärkraftsdiagram



Se samband.

$$V_I(x) = -5x + 7,143$$

↑
q

$$M_I(x) = -2,5x^2 + 7,143x$$

$$\frac{dM_I}{dx} = -2 \cdot 2,5x + 7,143$$

$$\frac{dM_I}{dx} = -5x + 7,143 = V_I(x)$$

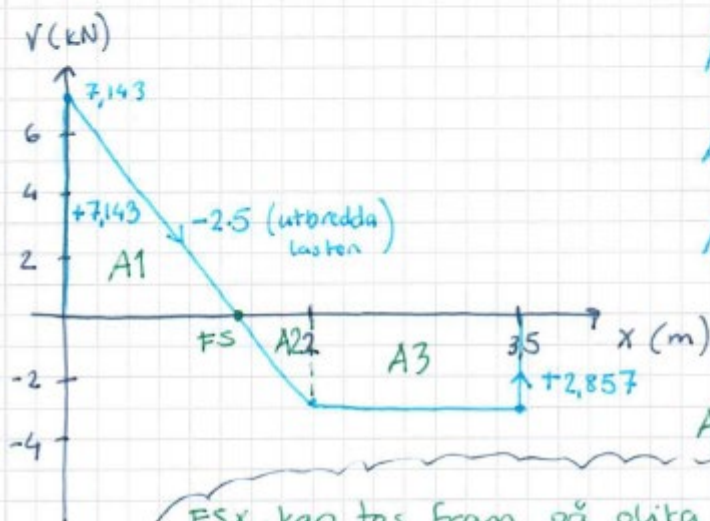
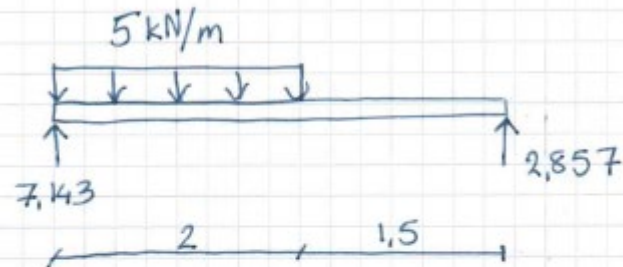
Värdet av $V(x)$ ger $M(x)$'s lutning

Om derivatan av $M(x)$ ger $V(x)$ så

är integralen av $V(x) \Rightarrow M(x)$ (andra hållet)

Arean av $V(x) \Rightarrow$ Momentet.

Förenklad metod



$$A1 = \frac{7,143 \cdot 1,43}{2} = 5,107$$

$$A2 = \frac{-2,857 \cdot 0,57}{2} = -0,819$$

$$A3 = -2,857 \cdot 1,5 = 4,286$$

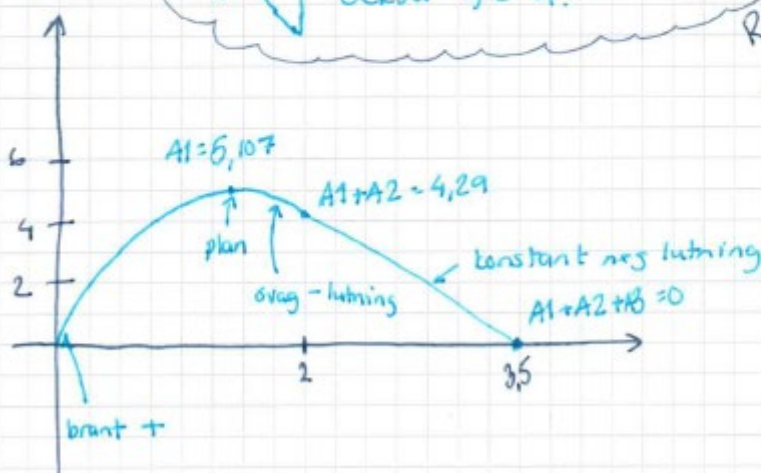
bas fram
nedan

FSx kan tas fram på olika sätt.

$$y = kx + m \Rightarrow V = -5x + 7,143 \quad V(x) = 0 \quad -5x + 7,143 = 0$$

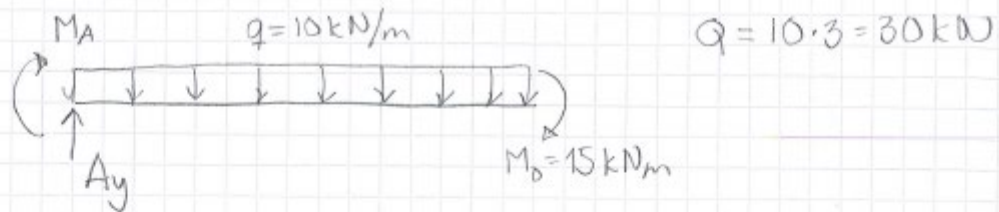
$$x = 1,43 \text{ m}$$

M (kNm)



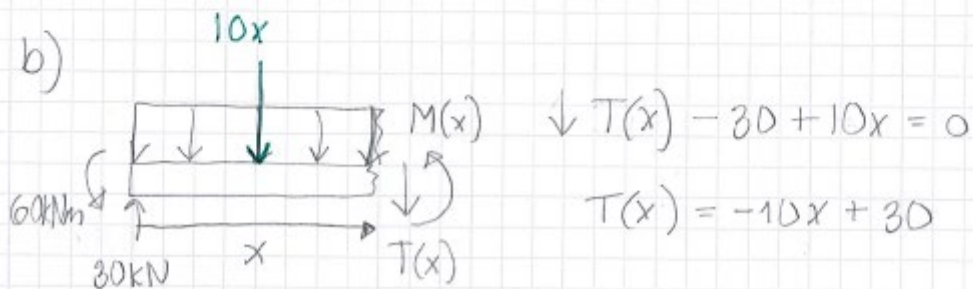
triangel likformighet kan
också ge x.

Rita helst inget
mellan V- & M-
diagrammen



$$\uparrow A_y - 30 = 0 \quad A_y = 30 \text{ kN}$$

$$\curvearrowleft M_A + 15 + 30 \cdot \frac{3}{2} = 0 \quad M_A = -60 \text{ kNm}$$



$$\curvearrowleft M(x) + 60 + 10x \cdot \frac{x}{2} - 30x = 0$$

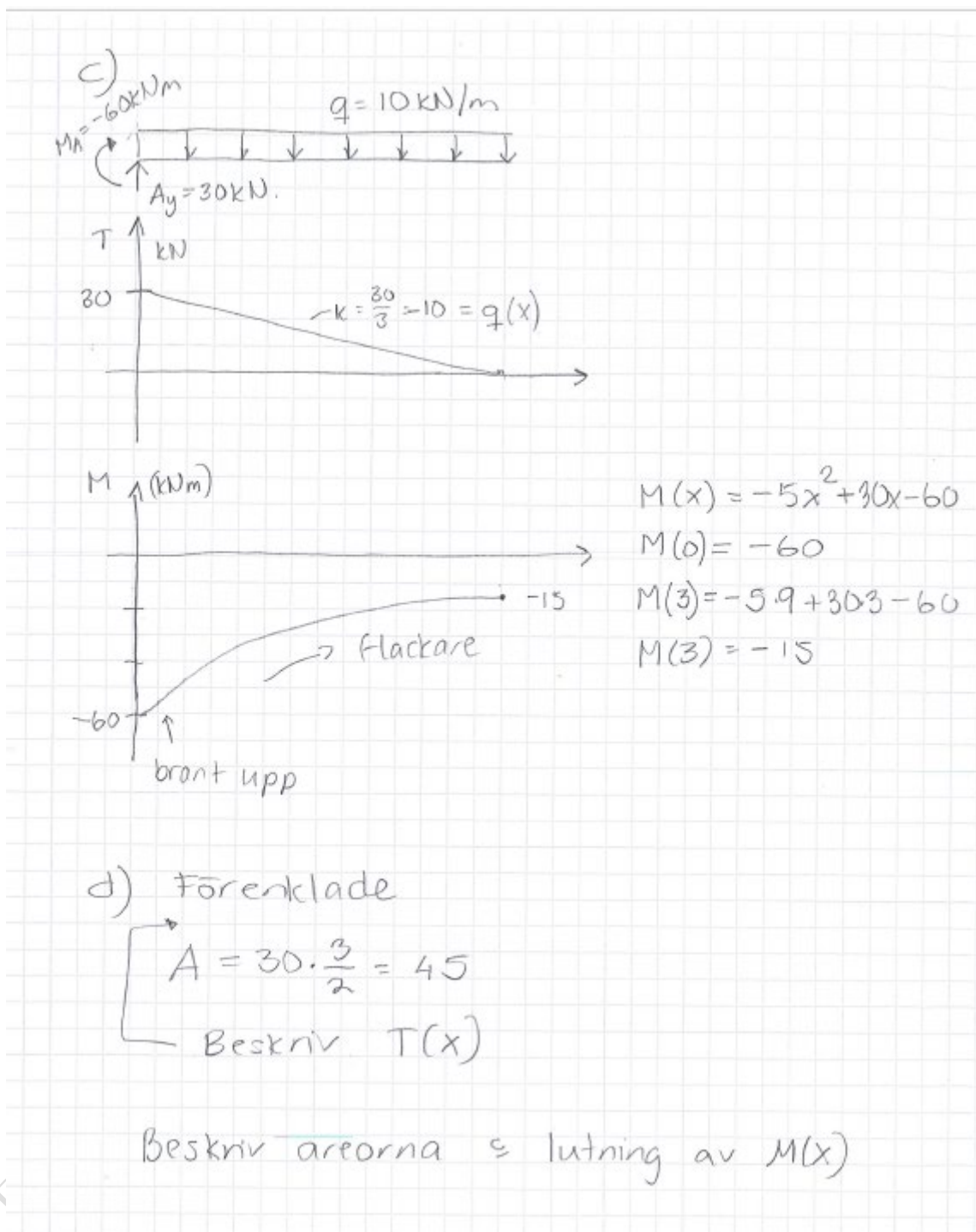
$$M(x) = -5x^2 + 30x - 60$$

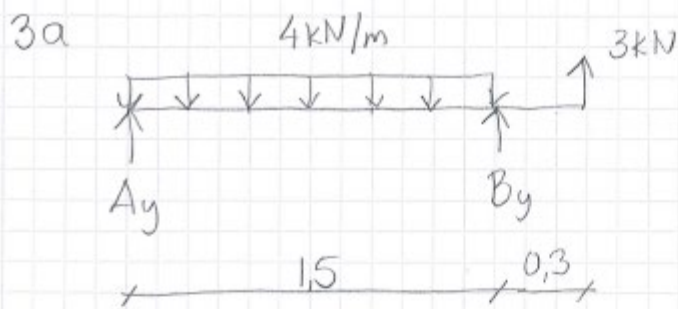
$$T(x) = \frac{dM}{dx} = -10x + 30$$

Vad händer om vi tar $\frac{dT}{dx}$

$$\frac{dT}{dx} = -10 = q(x)$$

← Viktiga samband e bygger på
fritläggning enligt reglerna



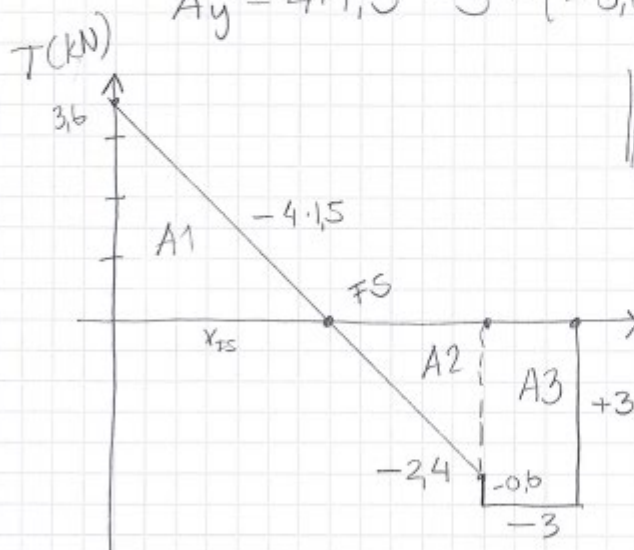


$$\sum \curvearrowleft A \quad 3(1,5+0,3) - 4 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} + B_y \cdot 1,5 = 0$$

$$B_y = -0,6 \text{ kN}$$

$$\uparrow \quad A_y + B_y + 3 - 4 \cdot 1,5 = 0$$

$$A_y = 4 \cdot 1,5 - 3 - (-0,6) = 3,6 \text{ kN}$$



Ekv $T(x)$ lätt att bestämma

$$T(x) = -4x + 3,6$$

FS då $T(x) = 0$

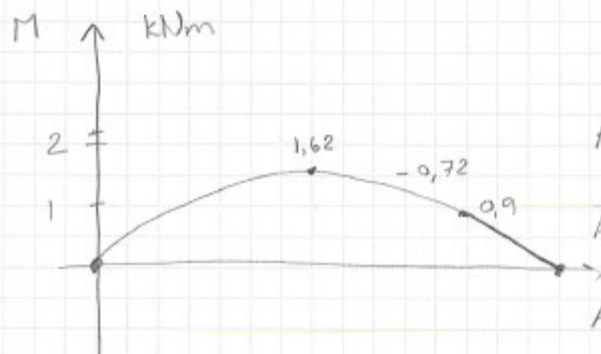
$$-4x + 3,6 = 0$$

$$x = 0,9 \text{ m}$$

Δ -likformighet

$$\frac{3,6 + 2,4}{1,5} = \frac{3,6}{x_{FS}}$$

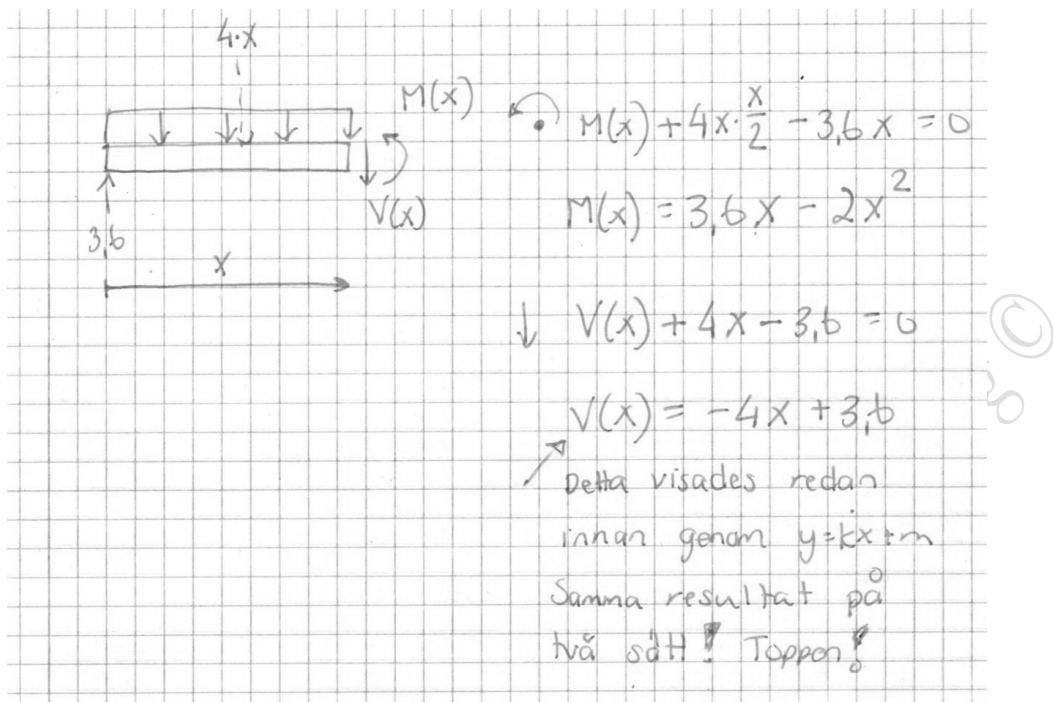
$$x_{FS} = 0,9$$



$$A_1 = \frac{3,6 \cdot 0,9}{2} = 1,62$$

$$A_2 = -\frac{2,4 \cdot (1,5 - 0,9)}{2} = -0,72$$

$$A_3 = -3 \cdot 0,3 = -0,9$$



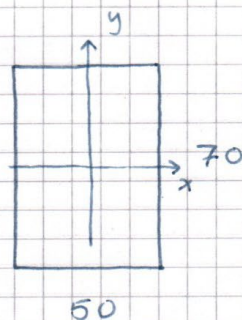
7, Böjspänningar

7.1

Böjspänningar

Sökt: a) $\sigma_{\max}$ om $M_x = 4,2 \text{ kNm}$
 b) $\sigma_{\max}$ om $M_y = 4,2 \text{ kNm}$

Trärsnitt



W_x ($b=50$ $h=70$) $\rightarrow \text{NL KB}$

$$W_x = \frac{50 \cdot 70^2}{6} = 40833 \text{ mm}^3$$

W_y ($b=70$ $h=50$) $\rightarrow \text{NL KB}$

$$W_y = \frac{70 \cdot 50^2}{6} = 29167 \text{ mm}^3$$

a)
$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{40833 \text{ mm}^3} = 103 \text{ N/mm}^2 = \underline{\underline{103 \text{ MPa}}}$$

b)
$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{29167} = \underline{\underline{144 \text{ MPa}}}$$

Sökt: a) W_{min}

b) Val av IPE-balk om M_x resp M_y .

Given t:

$$n_s = 1,5 \quad R_{eL} = 250 \text{ MPa} \quad \text{KB s. 60}$$

$$M = 15 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{till} = \frac{R_{eL}}{n_s} = \frac{250}{1,5} = 167 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \quad \text{KB s. 25}$$

$$a) \quad W_{min} = \frac{M}{\sigma_{till}} = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{167} = 89820 \text{ mm}^3$$

$$W_{min} = \underline{\underline{89820 \text{ mm}^3}} = 89820 \cdot \frac{1}{10^3} = \underline{\underline{90 \text{ cm}^3}}$$

↑
enhetsexp.
mm per cm

b) KB. s. 65 IPE

$$W_x > W_{min} \quad \text{välj IPE 160} \quad W_x = 109 \text{ cm}^3$$

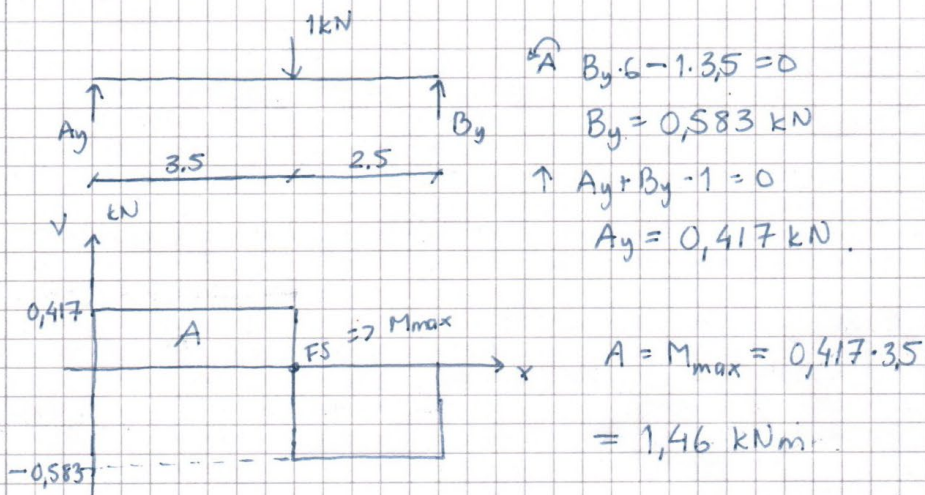
Böjning av stående profil I

$$W_y > W_{min} \quad \text{välj IPE 330} \quad W_y = 98,5 \text{ cm}^3$$

Böjning av liggande profil H (sragare)

a) $M_{\max}$ b) $\sigma_{\max}$

a) V- & M-diagram är ett sätt



$$\underline{M_{\max} = 1,46 \text{ kNm}}$$

$M_{\max}$ kan även bestämmas med Fall 6 KB s.29.

$$M_{\max} = F \cdot \frac{ab}{L} \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 3,5 \text{ m} \\ b = 2,5 \text{ m} \\ L = 6 \text{ m} \end{array} \right. \quad M_{\max} = \frac{3,5 \cdot 2,5 \cdot 1}{6} = \underline{1,46 \text{ kNm}}$$

b) IPE 100

$$\text{KB s.65} \Rightarrow W_x = 34,2 \text{ cm}^3$$

$$W_x = 34,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{1,46 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{34,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 42,7 \text{ MPa} = \underline{43 \text{ MPa}}$$

KB s.25

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W}$$

Sökt: n_s

Givet: VKR 100x50x5 KB s. 67 $\Rightarrow W_x = 34 \text{ cm}^3$
 S355JR $\Rightarrow$ KB s. 50 $\Rightarrow R_{eL} = 300 \text{ MPa}$

Bestäm $M_{\max}$.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W}$$

KB s. 25

$M_A = M_{\max}$ "inses att maxmoment
 är i infästning mot väggen"
 (längst hävarmar)

$$M_{\max} = M_A = 1,0 \cdot 1,5 + 1,2 \cdot \frac{1,5}{2} = 2,4 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{2,4 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{34 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 70,6 \text{ MPa}$$

$$n_s = \frac{R_{eL}}{\sigma_{\max}} = \frac{300}{70,6} = \underline{\underline{4,25}}$$

Sökt: σ_A, σ_B

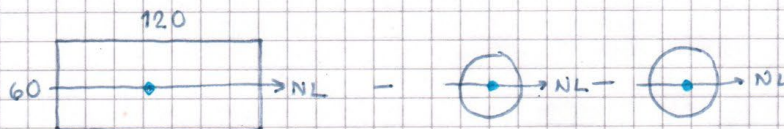
Givet: $M_x = 3 \text{ kNm}$

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot e$$

Denna uttrycks ej
bra i KB, se förel.
eller litteratur.

Tvärssnitt

Bestäm I_x



Alla delytors tp går genom NL. $\Rightarrow$

inget Steinersats tillägg $A \cdot a^2$ ty $a=0$

$$I_x = \frac{120 \cdot 60^3}{12} - 2 \cdot \frac{\pi \cdot 36^4}{64} = 1995104 \text{ mm}^4$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{bh^3}{12} \\ I &= \frac{\pi d^4}{64} \end{aligned} \quad \text{KB.s 27}$$

$$\sigma_A \quad e = y_{\max} = 30 \text{ mm}$$

$$\sigma_A = \frac{M_{\max}}{I_x} \cdot y_{\max} = \frac{3 \cdot 10^6}{1995104} \cdot 30 = \underline{45 \text{ MPa}} \quad (\text{drag})$$

$$\sigma_B \quad e = 18 \text{ mm}$$

$$\sigma_B = \frac{M_{\max}}{I_x} \cdot e = \frac{3 \cdot 10^6}{1995104} \cdot 18 = \underline{27 \text{ MPa}} \quad (\text{tryck})$$

dubbelpil =
högerhandsregel

Sökt: a) σ_{max}^x b) σ_{max}^y

Givet: $M = 300 \text{ Nm}$

Tvårsnitt

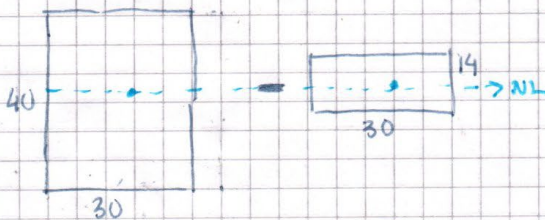
Bestäm I_x , I_y

Försök alltid förenkla genom att minska användning av Steiners sats.

$$I = \sum (I_0 + A \cdot a^2)$$

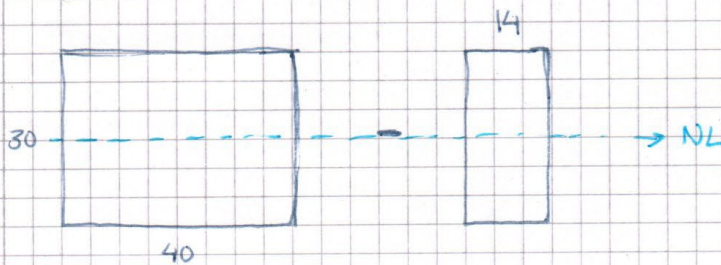
$$I = \frac{bh^3}{12}$$

I_x



$$I_x = \frac{30 \cdot 40^3}{12} - \frac{30 \cdot 14^3}{12} = 153140 \text{ mm}^4$$

I_y



$$I_y = \frac{40 \cdot 30^3}{12} - \frac{14 \cdot 30^3}{12} = 58500 \text{ mm}^4$$

$$a) \quad \sigma_{\max}^x = \frac{M}{I_x} \cdot y_{\max} \quad y_{\max} = \frac{40}{2} = 20 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} \cdot e_{\max}$$

KB. 5.25

$$\sigma_{\max}^x = \frac{300 \cdot 10^3}{153140} \cdot 20 = \underline{\underline{39,2 \text{ MPa}}}$$

$$b) \quad \sigma_{\max}^y = \frac{M}{I_y} \cdot x_{\max} \quad x_{\max} = \frac{30}{2} = 15 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\max}^y = \frac{300 \cdot 10^3}{58500} \cdot 15 = 76,9 \text{ MPa}$$

c) Tvärsnitt utan hål.

$$I_x^{\square} = \frac{30 \cdot 40^3}{12} = 160\,000 \text{ mm}^4$$

$$I_y^{\square} = \frac{40 \cdot 30^3}{12} = 90\,000 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{\max}^{x \square} = \frac{300 \cdot 10^3}{160\,000} \cdot 20 = 37,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max}^{y \square} = \frac{300 \cdot 10^3}{90\,000} \cdot 15 = 50 \text{ MPa}$$

Ökning av spänning vid hålet

Böjning kring x-axel $\frac{39,2}{37,5} = 1,045 \Rightarrow +4,5\%$

— || — y-axel $\frac{76,9}{50} = 1,54 = +54\%$

Reflektion: Det är inte så allvarligt att plocka bort material vid NL (låg signa), se böjning kring x-axel.

Sökt: M_x

Givet: $\sigma_{\text{till}} = 120 \text{ MPa}$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{I} \cdot e_{\text{max}}$$

$$I = \sum (I_0 + Aa^2)$$

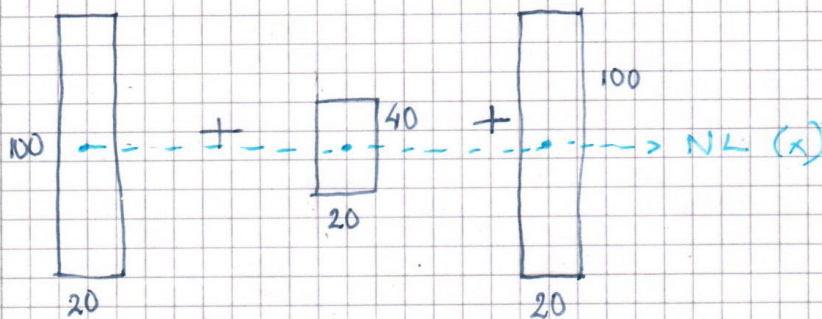
$$I = \frac{bh^3}{12}$$

KB 5.25 s 5.27

Tvårsnitt

Bestäm I_x

Undvik Steiners sats genom indelningen



$$I_x = \frac{20 \cdot 100^3}{12} \cdot 2 + \frac{20 \cdot 40^3}{12} = 3\,440\,000 \text{ mm}^4$$

$$M_x = I_x \cdot \sigma_{\text{till}} = 3\,440\,000 \cdot 120 = 412\,800\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_x = 412,8 \text{ kNm}$$

Sökt: $\sigma_{\max}^+$, $\sigma_{\max}^-$

M_b ger $\sigma_{\max}^+$ på ovansidan och $\sigma_{\max}^-$ på undersidan.

Trärsnitt

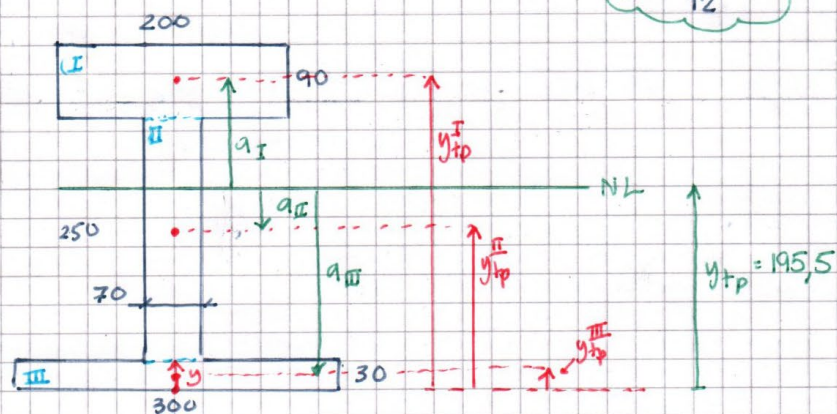
Bestäm $t_p \Rightarrow NL$

a -mått bestäms från NL

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot e_{\max}}{I}$$

$$I = \sum (I_0 + A \cdot a^2)$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$



	A_n	y_{tp}^n	$A_n \cdot y_{tp}^n$	I_0	a_n	$A \cdot a_n^2$
I	$200 \cdot 90 = 18000$	325	$5,85 \cdot 10^6$	$\frac{200 \cdot 90^3}{12} = 12,15 \cdot 10^6$	$325 - y_{tp} = 129,5$	301864500
II	$250 \cdot 70 = 17500$	155	2712500	$\frac{70 \cdot 250^3}{12} = 91,14 \cdot 10^6$	$y_{tp} - 155 = 40,5$	28704375
III	$300 \cdot 30 = 9000$	15	135000	$\frac{300 \cdot 30^3}{12} = 675000$	$y_{tp} - 15 = 180,5$	293222250
Σ	44500	/	8697500	103970833	/	623791125

I_x (nästa sida)

$$y_{tp} = \frac{\sum A y_{tp}}{\sum A} = \frac{8697500}{44500} = 195,5 \text{ mm}$$

$$I_x = \sum (I_o + Aa^2) = \sum I_o + \sum Aa^2 \quad (\text{använd summorna i kolumnerna})$$

$$I_x = 103970833 + 623791125 = 727761958 \text{ mm}^4$$

$$\boxed{\sigma_{\max}^+}$$

$$e^+ = 250 + 30 + 90 - 195,5 = 174,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\max}^+ = \frac{M_b}{I_x} \cdot e^+ = \frac{90 \cdot 10^6}{727761958} \cdot 174,5 = 21,6 \text{ MPa (drag)}$$

$$\boxed{\sigma_{\max}^-}$$

$$e^- = 195,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\max}^- = \frac{M_b}{I_x} \cdot e^- = \frac{90 \cdot 10^6}{727761958} \cdot 195,5 = 24,2 \text{ MPa (tryck)}$$

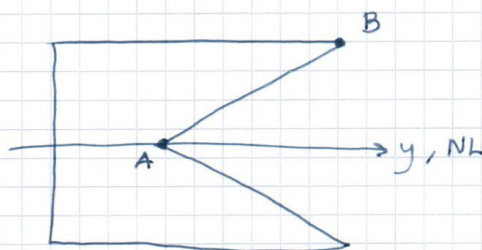
a) Spänning i A & B

$$\sigma_A = \frac{M}{I_x} \cdot y_A = \frac{35 \cdot 10^6}{12277369} (51,05 - 30) = 2,9 \text{ MPa} \quad (\text{tryck})$$

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot e$$

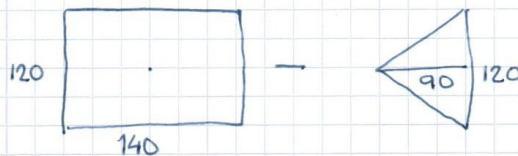
KB 5.25
(men lite dåligt
visat)

$$\sigma_B = \frac{M}{I_x} \cdot y_B = \frac{35 \cdot 10^6}{12277369} \cdot (140 - 51,05) = 253 \text{ MPa} \quad (\text{drag})$$



$$\sigma_A = 0 \text{ ty NL}$$

$$I_A = \frac{bh^3}{48}$$



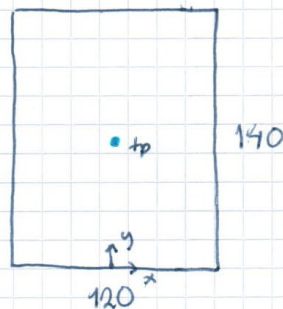
$$I_y = \frac{140 \cdot 12^3}{12} - \frac{90 \cdot 12^3}{48} = 16920000 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_B = \frac{35 \cdot 10^6}{I_y} \cdot x_B = \frac{35 \cdot 10^6}{I_y} \cdot 60 = 124 \text{ MPa} \quad (\text{drag})$$

Sökt: $\sigma_A = \sigma_B$ vid för fall a) = b)

Tyngdpunkt $\Rightarrow NL$

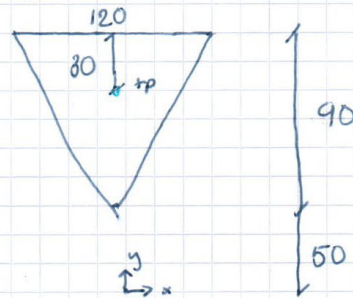
①



$$A_1 = 120 \cdot 140 = 16800$$

$$tp_1 = 70$$

②



$$A_2 = \frac{120 \cdot 90}{2} = 5400$$

$$tp_2 = 140 - 30 = 110$$

$$y_{tp} = \frac{16800 \cdot 70 - 5400 \cdot 110}{16800 - 5400} = 51,05 \text{ mm}$$

Steiners sats

$$I_x = \sum (I_{ox} + A \cdot a^2)$$

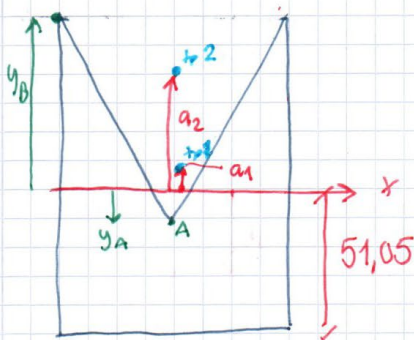
KB s. 27

$$I_{x1} = \frac{120 \cdot 140^3}{12}$$

$$I_{x2} = \frac{120 \cdot 90^3}{36}$$

$$I_{\Pi} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{\Delta} = \frac{bh^3}{36}$$



$$a_1 = 70 - 51,05 = 18,95 \text{ mm}$$

$$a_2 = 110 - 51,05 = 58,95 \text{ mm}$$

$$I_x = \frac{120 \cdot 140^3}{12} + 16800 \cdot 18,95^2 - \left(\frac{120 \cdot 90^3}{36} + 5400 \cdot 58,95^2 \right) =$$

$$I_x = 33472922 - 21195553 = 12277369 \text{ mm}^4$$

Sökt: I_x, I_y

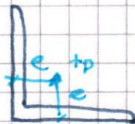
Tvårsnitt KB s. 62

L20x20x3

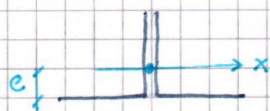
$$I_x = 0,39 \text{ cm}^4 = I_y$$

$$e = 0,60 \text{ cm}$$

$$A = 1,12 \text{ cm}^2$$



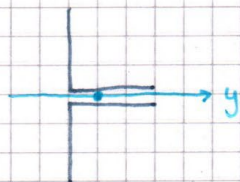
I_x



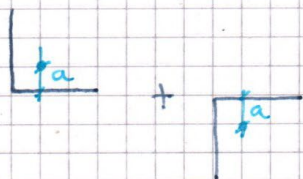
tp för det sammansatta
tvårsnittet är samma som
för en L-profil.

$$I_x = 2 \cdot 0,39 = \underline{\underline{0,78 \text{ cm}^4}}$$

I_y



Symmetri $\Rightarrow$ y-axel = NL



$$a = e = 0,60 \text{ cm}$$

$$I = \sum (I_0 + Aa^2)$$

KB s. 27

$$I_y = 2 (0,39 + 1,12 \cdot 0,6^2) = \underline{\underline{1,5864 \text{ cm}^4}}$$

Sökt: I_x, I_y

Tvårsnitt

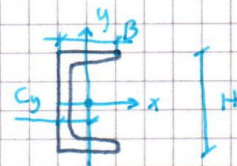
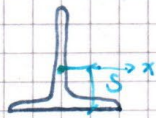
T 80x80 KB s. 65

$$A = 13,6 \text{ cm}^2$$

$$s = 2,22 \text{ cm}$$

$$I_x = 73,7 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 37,0 \text{ cm}^4$$



UPE 80 KB s. 69

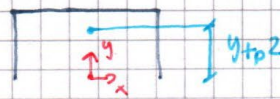
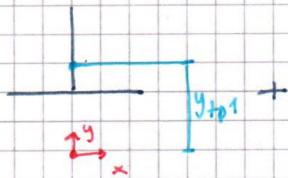
$$A = 10,1 \text{ cm}^2$$

$$c_y = 1,82 \text{ cm}$$

$$I_x = 107 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 26 \text{ cm}^4$$

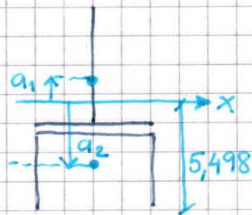
$$B = 5 \text{ cm} \quad H = 8 \text{ cm}$$

För I_x krävs $y_{tp} \Rightarrow N_L(x)$ 

$$y_{tp1} = 5 + 2,22 = 7,22 \text{ cm}$$

$$y_{tp2} = 5 - 1,82 = 3,18 \text{ cm}$$

$$y_{tp} = \frac{\sum A_n \cdot y_{tpn}}{\sum A_n} = \frac{7,22 \cdot 13,6 + 3,18 \cdot 10,1}{13,6 + 10,1} = 5,498 \text{ cm}$$

 I_x 

$$a_1 = 7,22 - 5,498 = 1,722 \text{ cm}$$

$$a_2 = 5,498 - 3,18 = 2,318 \text{ cm}$$

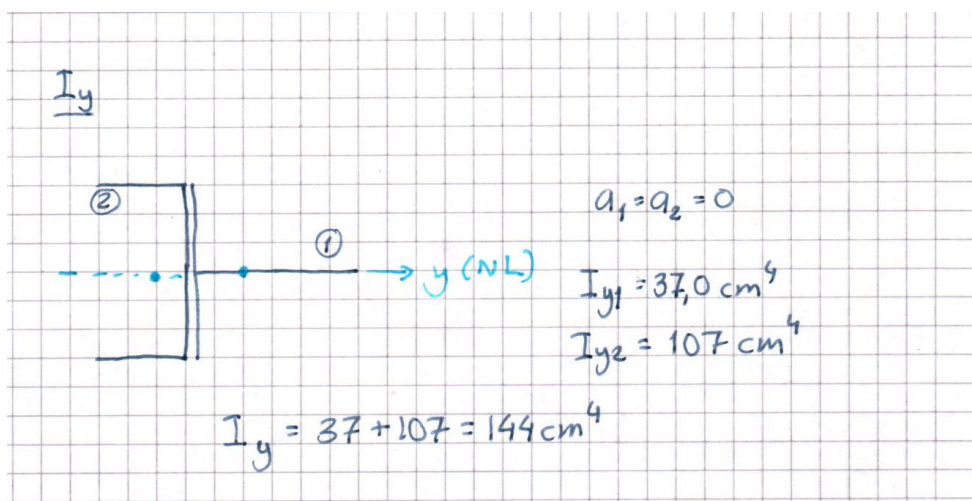
$$I_{1x} = 73,7 \text{ cm}^4$$

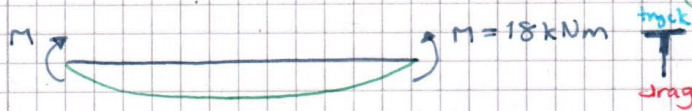
$$I_{2x} = 26 \text{ cm}^4$$

KB s. 27

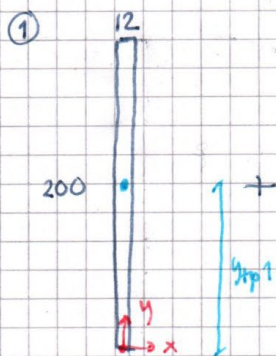
$$I = \sum (I_o + A a^2)$$

$$I_x = 73,7 + 13,6 \cdot 1,722^2 + 26 + 10,1 \cdot 2,318^2 = \underline{\underline{194 \text{ cm}^4}}$$



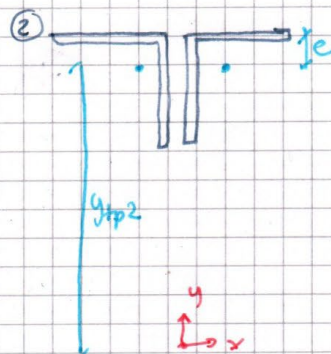
Sökt: σ_{max}^+ , σ_{max}^- 

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot e$$

TrärsnittetBestäm $y_{tp} \Rightarrow$ NL (x-axel)

$$A_1 = 200 \cdot 12 = 2400 \text{ mm}^2$$

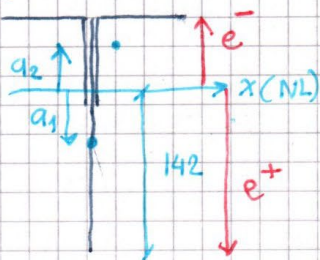
$$y_{tp1} = 100 \text{ mm}$$



$$A_2 = 2 \cdot 15,5 \cdot 10^2 = 3100 \text{ mm}^2$$

$$y_{tp2} = 200 - 25,4 = 174,6 \text{ mm}$$

$$y_{tp} = \frac{\sum A_n y_{tpn}}{\sum A_n} = \frac{2400 \cdot 100 + 3100 \cdot 174,6}{2400 + 3100} = 142 \text{ mm}$$

 I_x 

$$a_1 = 142 - 100 = 42 \text{ mm}$$

$$a_2 = 174,6 - 142 = 32,55 \text{ mm}$$

$$I_{x1} = \frac{12 \cdot 200^3}{12} = 8 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{x2} = 2 \cdot 116 \cdot 10^4 = 2,32 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_x = 8 \cdot 10^6 + 2400 \cdot 42^2 + 2,32 \cdot 10^6 + 3100 \cdot 32,55^2 = 17,838 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

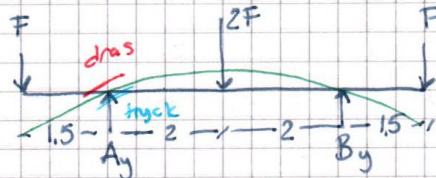
$$\sigma_{max}^+ = \frac{18 \cdot 10^6}{I_x} \cdot 142 = 143 \text{ MPa (drag)}$$

$$\sigma_{max}^- = \frac{18 \cdot 10^6}{I_x} (200 - 142) = 58,5 \text{ MPa (tryck)}$$

$$I = \sum I_0 + A a^2$$

7.14

Böjspänningar

Sökt: $F_{\max}$ Givet: $\sigma_{\text{tiu}}^+ = 40 \text{ MPa}$ $\sigma_{\text{tiu}}^- = 120 \text{ MPa}$ Bestäm $M_{\max}$ med V -o- M -diagramSymmetri $\Rightarrow$

$$A_y = B_y = 2F$$



$$A_1 = -1,5F$$

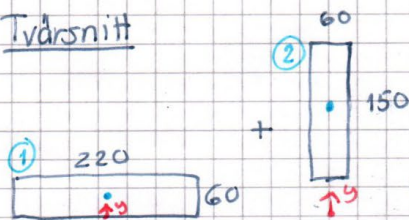
$$A_2 = 2F$$

$$M(1,5) = -1,5F$$

$$M(3,5) = -1,5F + 2F = 0,5F$$

$$M_{\max} = -1,5F \text{ Nm}$$

Tvärsnitt



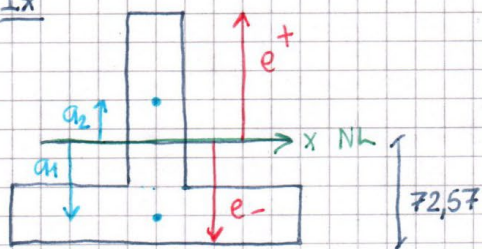
$$A_1 = 220 \cdot 60$$

$$A_2 = 150 \cdot 60$$

$$y_{tp1} = 30$$

$$y_{tp2} = 60 + 75 = 135$$

$$y_{tp} = \frac{220 \cdot 60 \cdot 30 + 150 \cdot 60 \cdot 135}{220 \cdot 60 + 150 \cdot 60} = 72,57 \text{ mm}$$

 I_x 

$$a_1 = 72,57 - 30 = 42,57 \text{ mm}$$

$$a_2 = 135 - 72,57 = 62,43 \text{ mm}$$

$$I_{x1} = \frac{220 \cdot 60^3}{12}$$

$$I_{x2} = \frac{60 \cdot 150^3}{12}$$

$$I_x = \sum (I_0 + Aa^2) = \frac{220 \cdot 60^3}{12} + 220 \cdot 60 \cdot 42,57^2 + \frac{60 \cdot 150^3}{12} + 150 \cdot 60 \cdot 62,43^2$$

$$I_x = 79,83 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Drag

$$\sigma_{\text{tiu}}^+ = \frac{M}{I_x} \cdot e^+ \quad 40 = \frac{1,5F \cdot 10^3}{I_x} (210 - 72,57) \Rightarrow F = 15491 \text{ N}$$

Tryck

$$\sigma_{\text{tiu}}^- = \frac{M}{I_x} \cdot e^- \quad 120 = \frac{1,5F \cdot 10^3}{I_x} 72,57 \Rightarrow F = 88003 \text{ N}$$