

HÅLLFASTHETSLÄRA ÖVNINGSUPPGIFTER LÖSNINGAR

Datum: 2021-04-17

Lösningarna till övningsuppgifterna är ett levande dokument. Jag fyller på med lösningar, gör förbättringar och rättar de slarvfel som är svåra att undvika när man utvecklar material.

På YouTube kanalen, ”EduME:s Övningsuppgifter i hållfasthetsslära”, finns inspelade lösningsförslag till många av uppgifterna. Flera uppgifterna finns även på spellistor med introducerande teori på olika avsnitt.

Det är fritt fram att använda detta material för dig som undervisar, men materialet ersätter inte en bra handledning av elever/studenter.

Häftet får inte editeras eller omarbetas.

Dela med dig av kanalen till dina studenter och/eller bätta in lämpliga videos på din lärplattform.

Jag använder mig att Karl Björks ”Formler och Tabeller för Mekanisk konstruktion” när jag löser uppgifterna. Denna finns att beställa på bjorksforslag.se

En komplett översikt av kanalen och materialet finns på edume.nu

/ Madeleine

 <https://www.youtube.com/channel/UCZWty6uAUlkab9XyHQIAu9Q>



Madeleine Hermann

EduME – Education and Mechanical Engineering

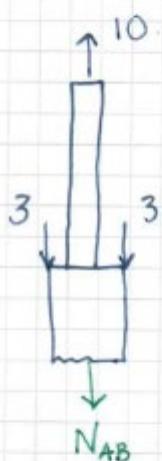
1. Inre krafter och moment

1.1

Inre krafter och moment



$$\downarrow N_{BC} - 10 = 0 \quad N_{BC} = 10 \text{ kN}$$



$$\downarrow N_{AB} - 10 + 2 \cdot 3 = 0$$

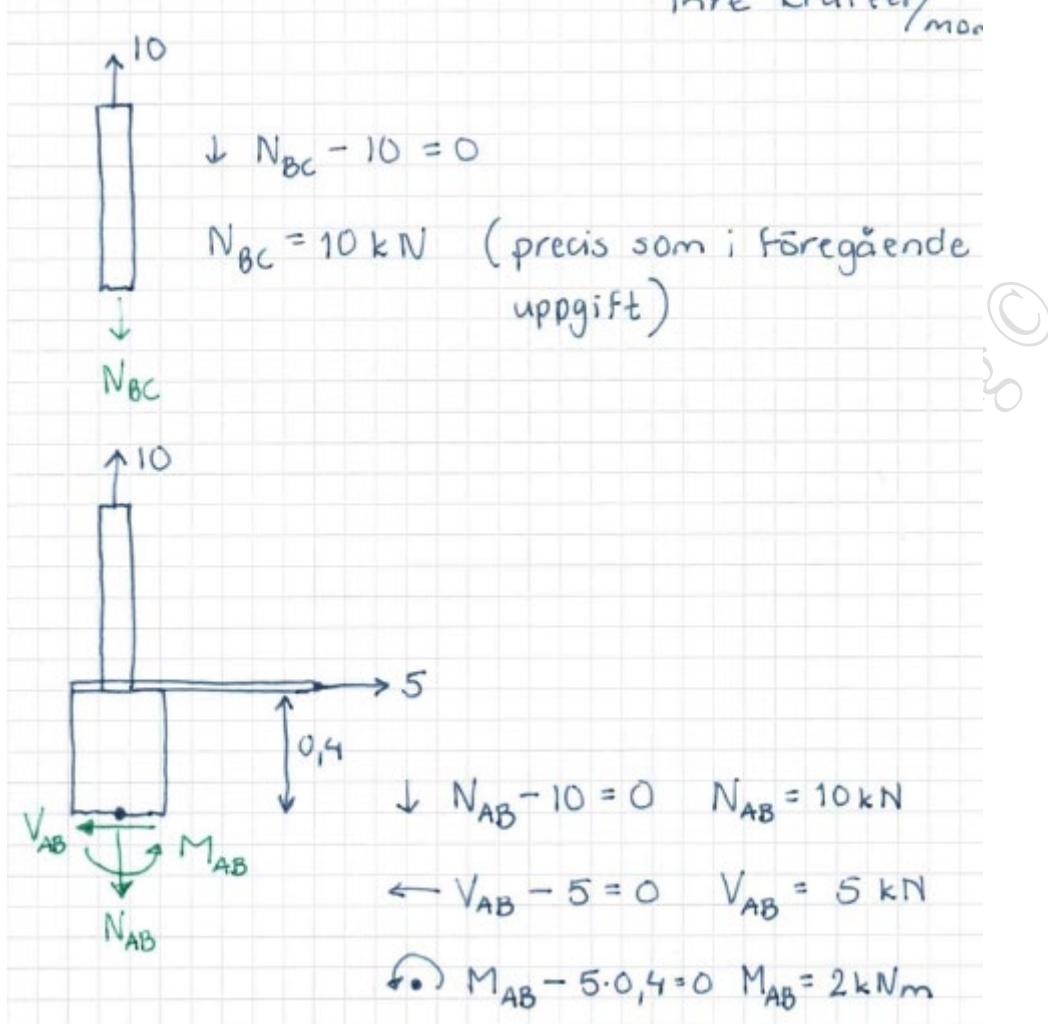
$$N_{AB} = 10 - 6 = 4 \text{ kN}$$

Det är endast krafter i axiell riktning och de två krafterna (3 kN) är symmetriskt placerade. Detta gör att det inte blir något böjande moment.

Det finns inga horisontella krafter därmed inga tvärkrafter.

1.2

Inre krafter och moment



Sökt: Samtliga krafter i stängerna

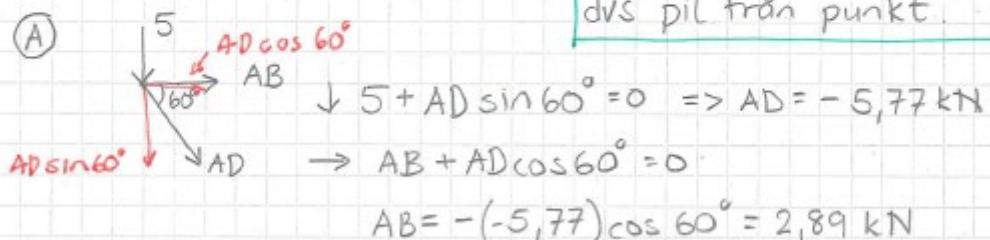
Givet: $L = 1,5\text{m}$

Inga moment ty fackverk \Rightarrow endast drag eller tryck i stängerna

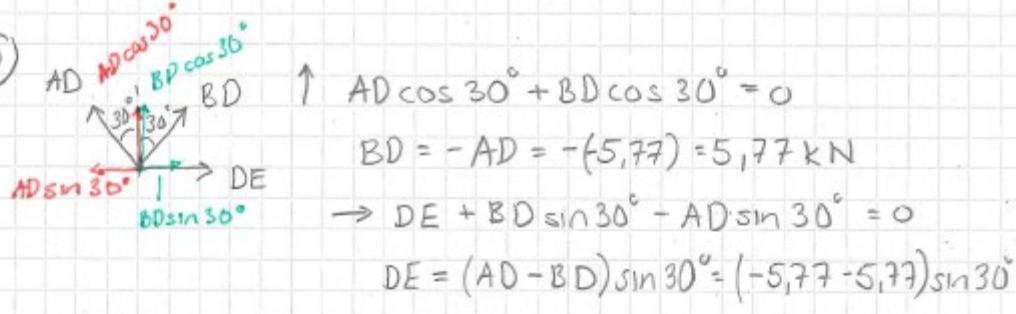
Frilägg knutpunkter

Ansätt alltid dragkrafter
dvs pil från punkt.

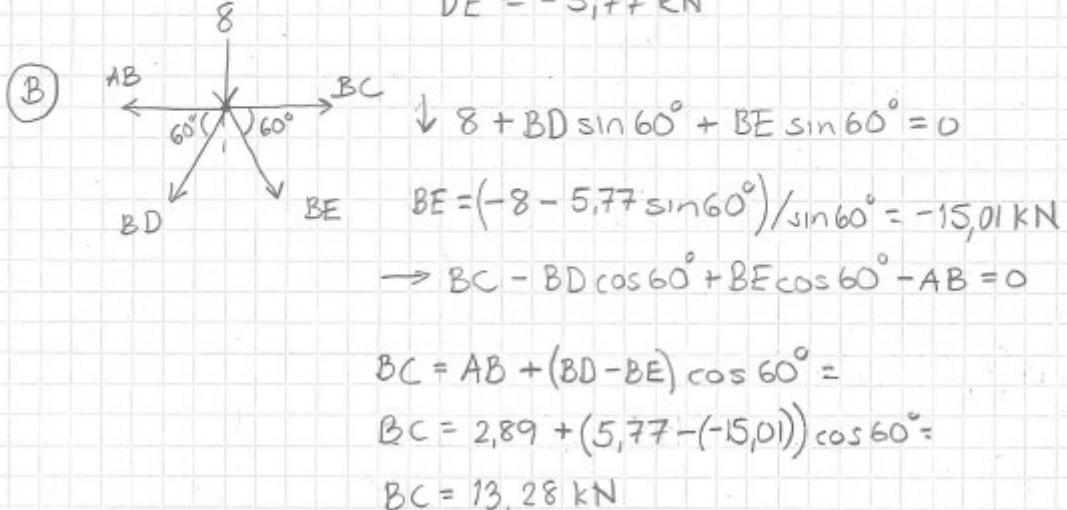
(A)

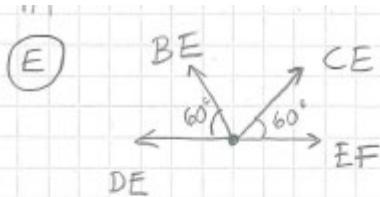


(D)



(B)





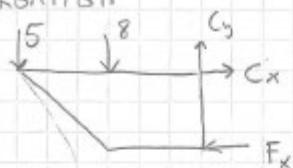
$$\uparrow \quad BE \sin 60^\circ + CE \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow CE = -BE = 15,01 \text{ kN}$$

$$\rightarrow EF - DE + CE \cos 60^\circ - BE \cos 60^\circ = 0$$

$$EF = DE + (BE - CE) \cos 60^\circ = -5,77 + (-15,01 - 15,01) \cos 60^\circ$$

$$EF = -20,78 \text{ kN}$$

Kontroll



$$\curvearrowleft \quad F_x \cdot 15 \sin 60^\circ - 8 \cdot 1,5 - 5 \cdot 3 = 0$$

$$F_x = 20,78 \text{ kN} \Rightarrow EF = -20,78 \text{ kN}$$

OK!!!

Svar:

$$AB = 2,89 \text{ kN}$$

$$AD = -5,77 \text{ kN}$$

$$BD = 5,77 \text{ kN}$$

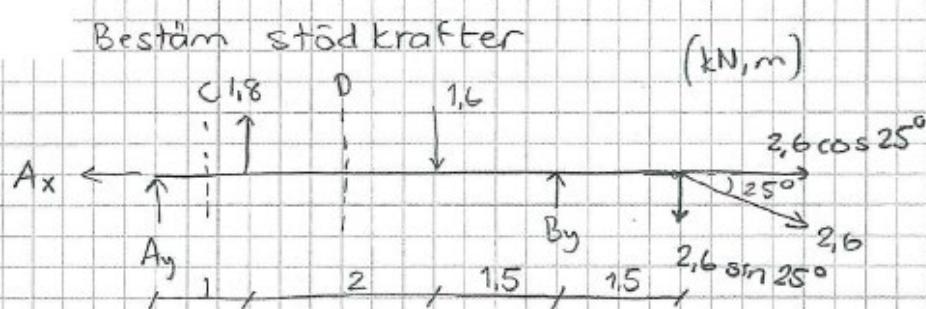
$$BE = -15,01 \text{ kN}$$

$$BC = 13,28 \text{ kN}$$

$$DE = -5,77 \text{ kN}$$

$$EF = -20,78 \text{ kN}$$

$$CE = 15,01 \text{ kN}$$



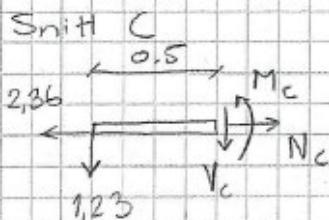
$$\textcircled{A} \quad 1,8 \cdot 1 - 1,6 \cdot 3 + B_y \cdot 4,5 - 6 \cdot 2,6 \sin 25^\circ = 0$$

$$B_y = 2,13 \text{ kN}$$

$$\uparrow \quad A_y + B_y + 1,8 - 1,6 - 2,6 \sin 25^\circ = 0$$

$$A_y = 1,6 - 1,8 + 2,6 \sin 25^\circ - 2,13 = -1,23 \text{ kN}$$

$$\rightarrow 2,6 \cos 25^\circ - A_x = 0 \Rightarrow A_x = 2,36 \text{ kN}$$

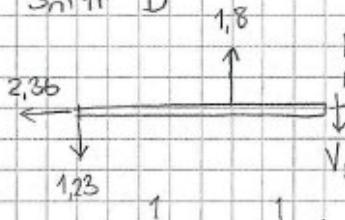


$$\rightarrow N_c - 2,36 = 0 \quad N_c = 2,36 \text{ kN}$$

$$\downarrow \quad V_c + 1,23 = 0 \quad V_c = -1,23 \text{ kN}$$

$$\textcircled{C} \quad M_c + 1,23 \cdot 0,5 = 0 \quad M_c = -0,615 \text{ kNm}$$

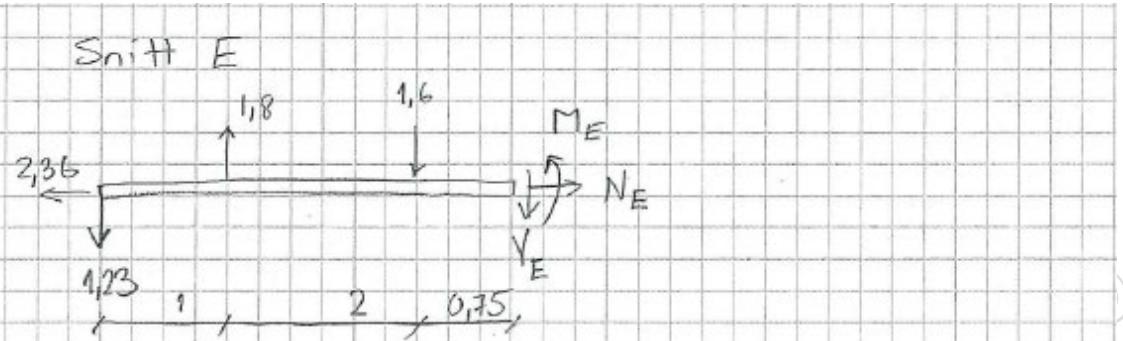
Snitt D



$$\rightarrow N_d - 2,36 = 0 \quad N_d = 2,36 \text{ kN}$$

$$\downarrow \quad V_d + 1,23 - 1,8 = 0 \quad V_d = 0,57 \text{ kN}$$

$$\textcircled{D} \quad M_d + 1,23 \cdot 2 - 1,8 \cdot 1 = 0 \quad M_d = 0,66 \text{ kNm}$$



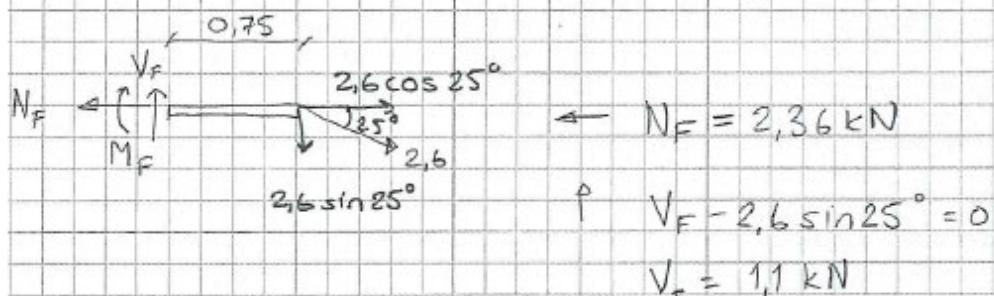
$$\rightarrow N_E = 2,36 \text{ kN}$$

$$\downarrow V_E + 1,6 - 1,8 + 1,23 = 0 \quad V_E = 1,03 \text{ kN}$$

$$\curvearrowleft E) M_E + 1,6 \cdot 0,75 - 1,8 \cdot 2,75 + 1,23 \cdot 3,75 = 0$$

$$M_E = -0,86 \text{ kNm}$$

Snitt F (enklare att räta höger om snittet)

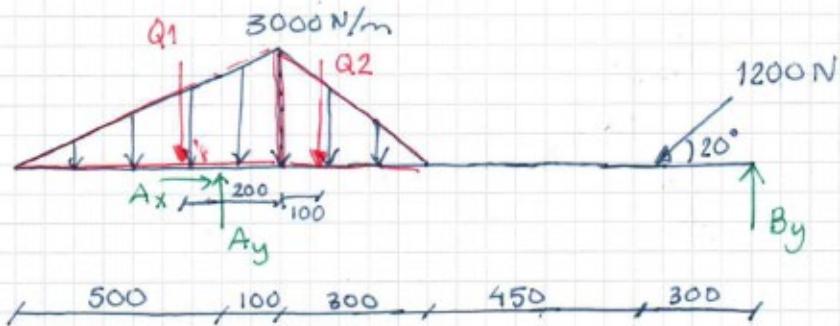


$$\curvearrowleft F) M_F + 0,75 \cdot 2,6 \sin 25^\circ = 0$$

$$M_F = -0,82 \text{ kNm}$$

1.5

Inre krafter och moment



$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = \frac{3000 \cdot 0,6}{2} = 900 \text{ N} \\ Q_2 = \frac{3000 \cdot 0,3}{2} = 450 \text{ N} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{placeras i triangeln t.o} \\ \text{dvs } \frac{600}{3} \approx \frac{300}{3} \end{array}$$

$$\rightarrow A \quad \begin{array}{c} 1150 \\ 860 \end{array} \quad B_y (100+300+450+300) - (100+300+450) \cdot 1200 \sin 20^\circ \dots$$

$$- 450 \cdot 200 + 900 \cdot 100 = 0$$

q_2 q_1

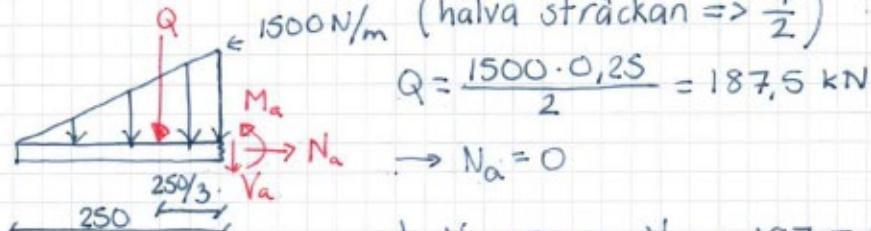
$$B_y = \underline{\underline{303 \text{ N}}}$$

$$\uparrow A_y + B_y - 900 - 450 - 1200 \sin 20^\circ = 0$$

$$A_y = 900 + 450 + 1200 \sin 20^\circ - 303 = \underline{\underline{1457 \text{ N}}}$$

$$\rightarrow A_x - 1200 \cos 20^\circ = 0 \quad A_x = \underline{\underline{1128 \text{ N}}}$$

Sniit a-a



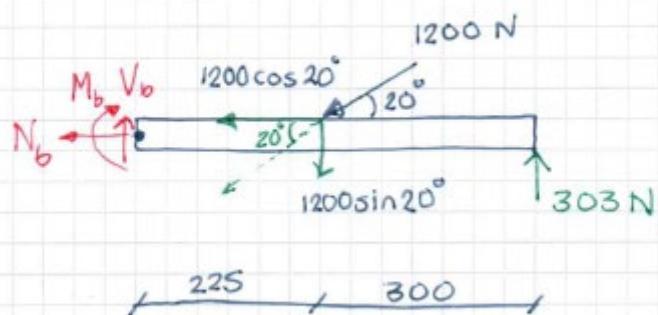
$$Q = \frac{1500 \cdot 0,25}{2} = 187,5 \text{ kN}$$

$$\rightarrow N_a = 0$$

$$\downarrow V_a + Q = 0 \quad V_a = -187,5 \text{ kN}$$

$$\rightarrow M_a + Q \cdot \frac{250}{3} = 0 \quad M_a = -15,6 \text{ Nm}$$

Snitt b-b



$$\leftarrow N_b + 1200 \cos 20^\circ = 0 \quad N_b = -1128 \text{ N}$$

$$\uparrow V_b - 1200 \sin 20^\circ + 303 = 0$$

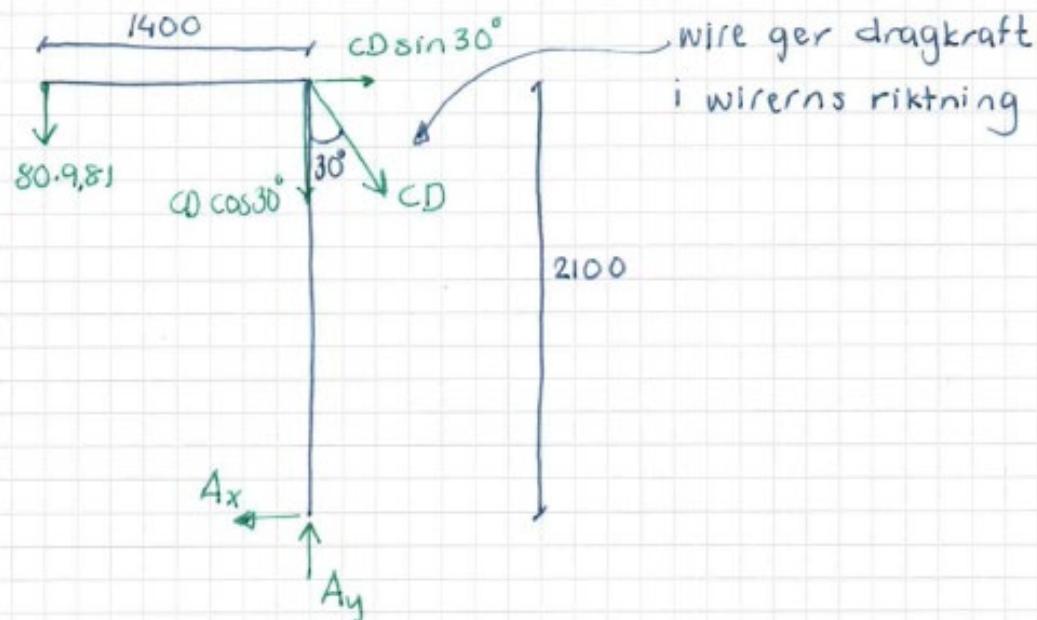
$$V_b = 825 \text{ N}$$

$$\curvearrowright M_b + 0,225 \cdot 1200 \sin 20^\circ - 303 \cdot 0,525 = 0$$

$$M_b = 66,7 \text{ Nm}$$

1.6a

Inre krafter och moment



$$\text{A} \quad 80 \cdot 9,81 \cdot 1400 - 2100 \cdot CD \sin 30^\circ = 0$$

$$CD = \frac{80 \cdot 9,81 \cdot 1400}{2100 \cdot \sin 30^\circ} = \underline{\underline{1046 \text{ N}}}$$

$$\uparrow \quad Ay - 80 \cdot 9,81 - CD \cos 30^\circ = 0$$

$$Ay = 80 \cdot 9,81 + 1046 \cos 30^\circ = \underline{\underline{1691 \text{ N}}}$$

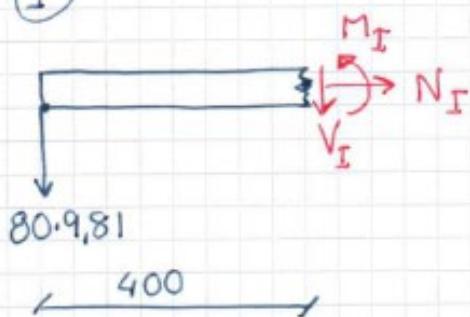
$$\leftarrow \quad Ax - CD \sin 30^\circ = 0 \quad Ax = 1046 \sin 30^\circ = \underline{\underline{523 \text{ N}}}$$

EduME

1.6b

Inre krafter och moment

b) I



Kommentar:

Stödkrafter behövs

inte för detta snitt.

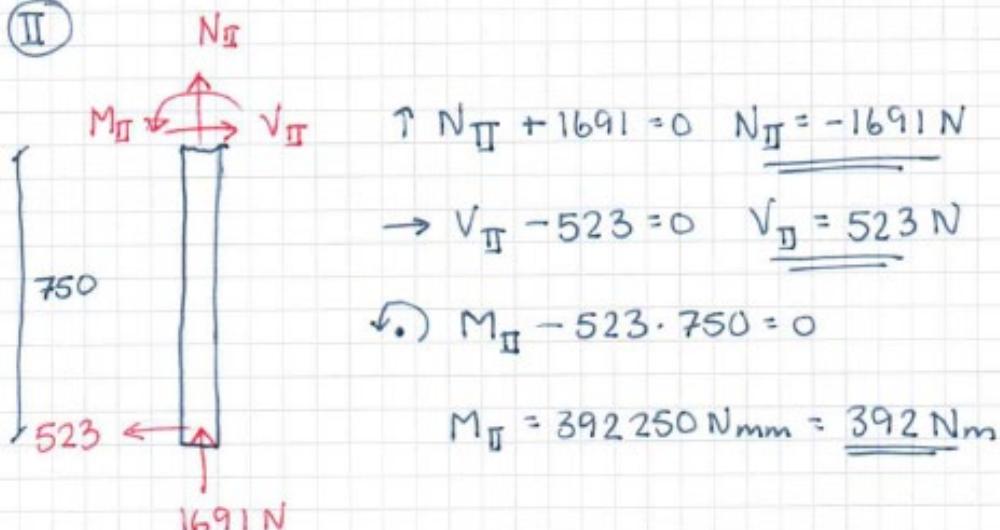
$$\rightarrow \underline{\underline{N_I = 0}}$$

$$\downarrow V_I + 80.9,81 = 0 \quad V_I = -\underline{\underline{785 \text{ N}}}$$

$$\bullet M_I + 80.9,81 \cdot 400 = 0$$

$$M_I = -313920 \text{ Nmm} = -\underline{\underline{314 \text{ Nm}}}$$

II



$$\uparrow N_{II} + 1691 = 0 \quad N_{II} = -\underline{\underline{1691 \text{ N}}}$$

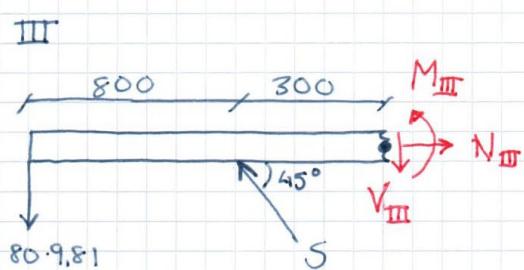
$$\rightarrow V_{II} - 523 = 0 \quad V_{II} = \underline{\underline{523 \text{ N}}}$$

$$\curvearrowleft M_{II} - 523 \cdot 750 = 0$$

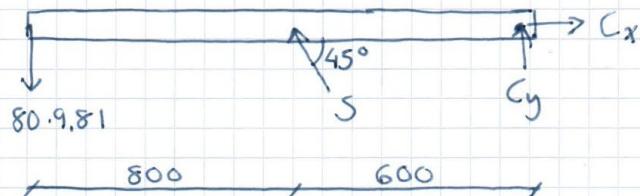
$$M_{II} = 392250 \text{ Nmm} = \underline{\underline{392 \text{ Nm}}}$$

1.6c

Inre krafter och moment



S måste bestämmas ty 4 obekanta ($S, N_{\text{III}}, M_{\text{III}}, V_{\text{III}}$) och endast 3 jämväktsekv. \rightarrow



$$\textcircled{C} \quad 80 \cdot 9.81 \cdot (800 + 600) - S \sin 45^\circ \cdot 600 = 0 \\ S = 2590 \text{ N}$$

Jämväkt \Rightarrow snittkrafter/moment i III

$$\rightarrow N_{\text{III}} - 2590 \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad \underline{\underline{N_{\text{III}} = 1831 \text{ N}}}$$

$$\downarrow V_{\text{III}} + 80 \cdot 9.81 - 2590 \sin 45^\circ = 0 \quad \underline{\underline{V_{\text{III}} = 1047 \text{ N}}}$$

$$\textcircled{M} \quad M_{\text{III}} + 80 \cdot 9.81 (800 + 300) - 2590 \sin 45^\circ \cdot 300 = 0$$

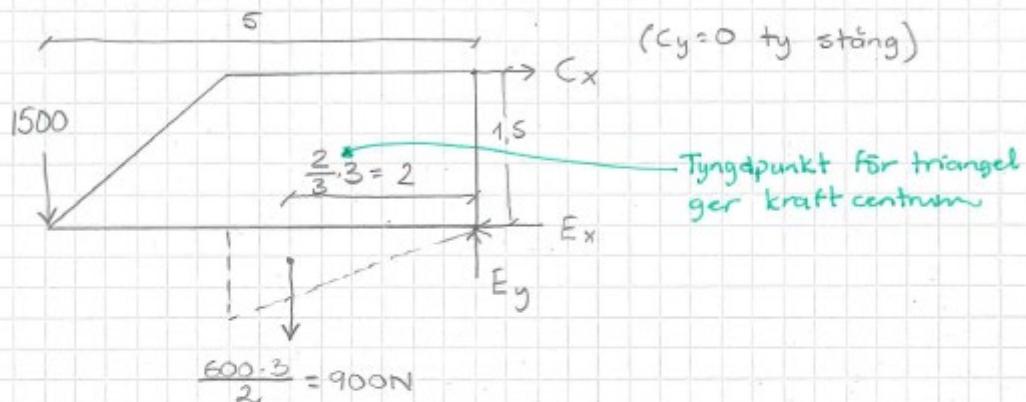
$$M_{\text{III}} = -313858 \text{ Nmm} = \underline{\underline{-182 \text{ Nm}}}$$

1.7

Inre krafter och moment

Kommentar: Pga en äldre lösning benämns tvärkraften som T . Ersätt med V och var konsekvent.

Frilägg = bestäm stödkrafter (globalt)



$$\leftarrow \sum F_x: 1500 \cdot 5 + 900 \cdot 2 - C_x \cdot 1,5 = 0 \Rightarrow C_x = 6200 \text{ N}$$

$$\leftarrow \sum F_x: Ex - Cx = 0 \Rightarrow Ex = Cx = 6200 \text{ N}$$

$$\uparrow \sum F_y: Ey - 1500 - 900 = 0 \Rightarrow Ey = 2400 \text{ N}$$

Bestäm stängkrafter

$$BC = C_x = 6200 \text{ N}$$

$$\rightarrow BC - AB \sin 53,13^\circ = 0$$

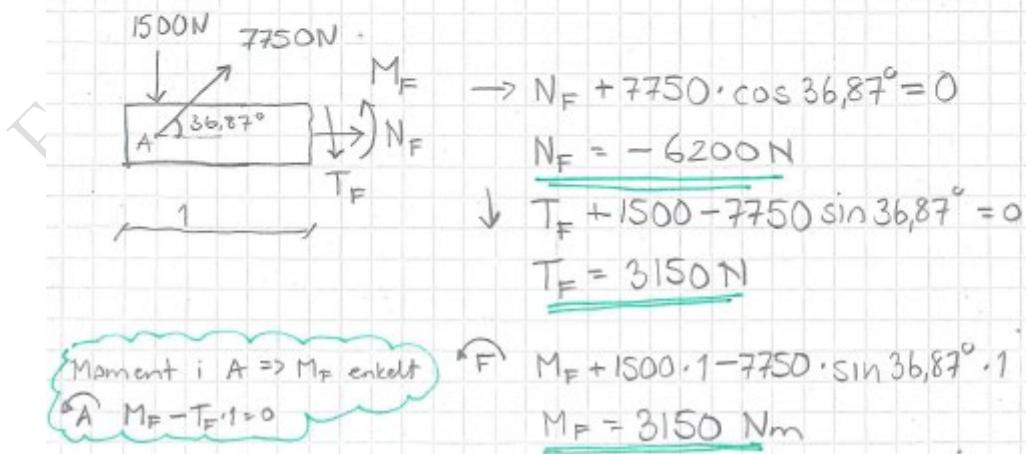
$$AB = 6200 / \sin 53,13^\circ = 7750 \text{ N}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2}{1,5}\right) = 53,13^\circ$$

$$\downarrow AB \cos 53,13^\circ + BD = 0$$

$$BD = -7750 \cos 53,13^\circ = -4650 \text{ N}$$

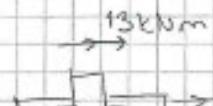
Snitta vid F



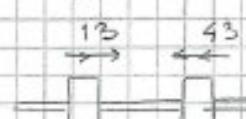
Endast vridande moment \Rightarrow endast T

som inre moment

T : vridande moment
(M_V) T =torsion



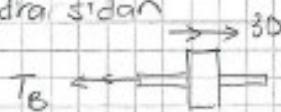
$$13 + T_A = 0 \Rightarrow T_A = -13 \text{ kNm}$$



$$13 - 43 + T_B = 0$$

$$T_B = 30 \text{ kNm}$$

eller andra sidan



$$30 - T_B = 0 \Rightarrow T_B = 30 \text{ kNm}$$

Yg ©