

HÅLLFASTHETSLÄRA ÖVNINGSUPPGIFTER LÖSNINGAR

Datum: 2021-04-17

Lösningarna till övningsuppgifterna är ett levande dokument. Jag fyller på med lösningar, gör förbättringar och rättar de slarvfel som är svåra att undvika när man utvecklar material.

På YouTube kanalen, "EduME:s Övningsuppgifter i hållfasthetslära", finns inspelade lösningsförslag till många av uppgifterna. Flera uppgifterna finns även på spellistor med introducerande teori på olika avsnitt.

Det är fritt fram att använda detta material för dig som undervisar, men materialet ersätter inte en bra handledning av elever/studenter.

Häftet får inte editeras eller omarbetas.

Dela med dig av kanalen till dina studenter och/eller bädda in lämpliga videos på din lärplattform.

Jag använder mig att Karl Björks "Formler och Tabeller för Mekanisk konstruktion" när jag löser uppgifterna. Denna finns att beställa på bjorksforlag.se

En komplett översikt av kanalen och materialet finns på edume.nu

/Madeleine



<https://www.youtube.com/channel/UCZWty6uAUlkab9XyHQIAu9Q>



Madeleine Hermann

EduME – Education and Mechanical Engineering

5. Vridning

5.1

Vridning

Søkt: τ_{bc} Givet: $d = 30 \text{ mm}$ 

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad 5.25$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad 6.26$$

$$M_B = (9 - 5) \cdot 10^3 \cdot 150 = 600\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_C = (10 - 7) \cdot 10^3 \cdot 200 = 600\,000 \text{ Nmm}$$

$$\tau = \frac{600\,000 \cdot 16}{30^3 \cdot \pi} = 113 \text{ MPa}$$

3. Sökt: $\tau_{\max}$ Givet: $d = 25 \text{ mm}$, $n = 50 \text{ varv/s}$

$$\gamma = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{s. 25}$$

$$n = 50 \text{ varv/s} = 50 \cdot 60 = 3000 \text{ rpm}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{s. 26}$$

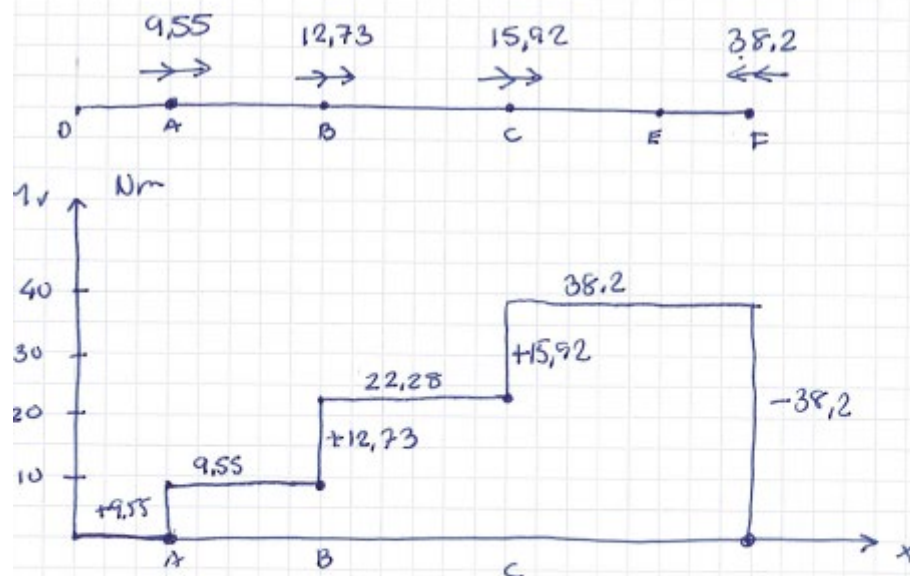
$$M_A = \frac{3 \cdot 9550}{3000} = 9,55 \text{ Nm}$$

$$P = \frac{M n}{9550} \quad \begin{matrix} \text{kW} \\ \text{Nm} \\ \text{rpm} \end{matrix} \quad \text{s. 23}$$

$$M_B = \frac{4 \cdot 9550}{3000} = 12,73 \text{ Nm}$$

$$M_C = \frac{5 \cdot 9550}{3000} = 15,92 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{motor}} = 15,92 + 12,73 + 9,55 = 38,2 \text{ Nm}$$



$$\tau_{\max} = \frac{M_{CF}}{W_v} = \frac{38,2 \cdot 10^3 \cdot 16}{25^3 \cdot \pi} = \underline{\underline{12,5 \text{ MPa}}}$$

Sökt: a) M_v b) d

Friläggning



Givet:

$$a = 300 \text{ mm}$$

$$b = 125 \text{ mm}$$

$$t = 4 \text{ mm}$$

$$d_y = 70 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25}$$

$$W_v^{\text{rör}} = \frac{\pi}{2} t \cdot d_m^2$$

$$W_v^{\text{stäng}} = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{KB s. 26}$$

a)

Röret begränsar M_v .

$$\tau_{\text{tu}}^{\text{AB}} = 55 \text{ MPa}$$

$$d_m \text{ (medeldiameter)} \quad d_m = d_y - t = 70 - 4 = 66 \text{ mm}$$

 $4 \ll 66 \Rightarrow$ tunnväggigt rör

$$W_v^{\text{rör}} = \frac{\pi}{2} \cdot 4 \cdot 66^2 = 27370 \text{ mm}^3$$

$$M_v = \tau_{\text{tu}}^{\text{AB}} \cdot W_v^{\text{rör}} = 55 \cdot 27370 = 1505326 \text{ Nmm} = \underline{\underline{1505 \text{ Nm}}}$$

b)

$$M_v = 1505 \text{ Nm}$$

$$\tau_{\text{tu}}^{\text{AB}} = 80 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{tu}}^{\text{AC}} = \frac{M_v}{W_v^{\text{stäng}}} = \frac{M_v \cdot 16}{\pi d^3}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1505 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 80}} = \underline{\underline{46 \text{ mm}}}$$

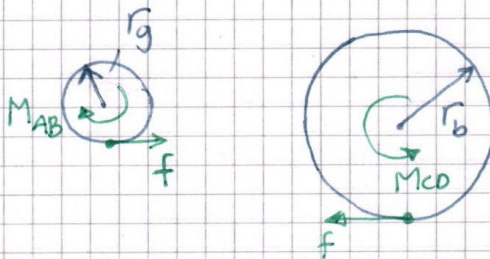
Sökt: $\tau_{\max}$ Givet: $d_{AB} = 45 \text{ mm}$ $d_{CD} = 65 \text{ mm}$ $r_b = 250 \text{ mm}$ $r_g = 100 \text{ mm}$ $M_v = 500 \text{ Nm}$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25-26}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16}$$

$$M_{AB} = M_v = 500 \text{ Nm}$$

$M_{CD} > M_{AB}$ ty man går från litet kugghjul (kort hävarm) till större kugghjul (lång hävarm)



F är kontaktkraften i kuggarna.
radien blir då hävarmen

$$M_{AB} = F \cdot r_g \quad M_{CD} = F \cdot r_b$$

$$\frac{M_{AB}}{r_g} = \frac{M_{CD}}{r_b} \Rightarrow M_{CD} = M_{AB} \cdot \frac{r_b}{r_g}$$

$$M_{CD} = 500 \cdot \frac{250}{100} = 1250 \text{ Nm}$$

$$\tau_{AB} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 45^3} = 28 \text{ MPa} = \tau_{\max}$$

$$\tau_{CD} = \frac{1250 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 65^3} = 23 \text{ MPa}$$

Sökt: θ_A

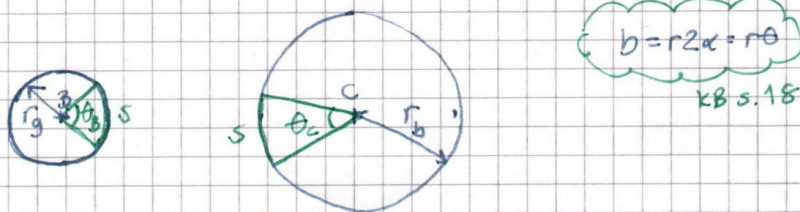
När M_v belastar A kommer flexibiliteten i axel AB & CD göra att ände A vrids.

Även kugghjulen kommer påverka vridningen i A.

Bestäm hur B påverkas av en vridning i G.

$$\theta = \frac{M_v L}{I_v G} \quad \text{KB s. 25}$$

$$I_v = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{KB s. 26}$$



$$b = r_2 \alpha = r_1 \theta \quad \text{KB s. 18}$$

Kugghjulen hänger ihop så s måste vara lika.

$$\left. \begin{aligned} s &= \theta_B \cdot r_g \\ s &= \theta_C \cdot r_b \end{aligned} \right\} \theta_B r_g = \theta_C r_b \Rightarrow \theta_B = \theta_C \frac{r_b}{r_g}$$

$$\theta_B = \theta_C \cdot \frac{250}{100} = \theta_C \cdot 2,5$$

$$\theta_C = \theta_{CD}$$

Här förstärks vinkeln

i B pga av vinkeländring i G.

$$\theta_A = \theta_{AB} + 2,5 \theta_{CD}$$

$$M_{AB} = M_v = 500 \text{ Nm}$$

$$M_{CD} = M_{AB} \cdot \frac{250}{100} = M_{AB} \cdot 2,5$$

$$M_C = 1250 \text{ Nm}$$

Momentet förstärks då vi går från kort hävarm (r_g) till längre hävarm (r_b)

$$\theta_A = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 800 \cdot 32}{\pi \cdot 45^4 \cdot 70 \cdot 10^3} + 2,5 \frac{1250 \cdot 10^3 \cdot 600 \cdot 32}{\pi \cdot 65^4 \cdot 70 \cdot 10^3} =$$

$$= 0,0142 + 2,5 \cdot 0,00611 = 0,0295 \text{ rad} = 0,0295 \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{1,69^\circ}}$$

Sökt: $M_A \approx M_B$

$$\theta = \frac{M_v L}{I_v G} \quad \text{s.25}$$

Fri laggning



$$\left. \begin{aligned} \leftarrow M_A + f \cdot 0,1 - 500 &= 0 \\ \leftarrow M_B - f \cdot 0,05 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} M_A &= 500 - 2 M_B \\ \text{statiskt obest.} \end{aligned}$$

Geometriskt villkor

$$\theta_F = \theta_E \frac{100}{50} = \theta_E \cdot 2$$

$$\frac{M_B \cdot 0,75}{I_v G} = \frac{(500 - 2 M_B) \cdot 1,5}{I_v G} \cdot 2$$

$$0,75 M_B = 1500 - 6 M_B \quad \Rightarrow \quad M_B = \frac{1500}{6,75} = 222 \text{ Nm}$$

$$M_A = 500 - 2 \cdot 222 = 56 \text{ Nm}$$