

HÅLLFASTHETSLÄRA ÖVNINGSUPPGIFTER LÖSNINGAR

Datum: 2021-04-17

Lösningarna till övningsuppgifterna är ett levande dokument. Jag fyller på med lösningar, gör förbättringar och rättar de slarvfel som är svåra att undvika när man utvecklar material.

På YouTube kanalen, "EduME:s Övningsuppgifter i hållfasthetslära", finns inspelade lösningsförslag till många av uppgifterna. Flera uppgifterna finns även på spellistor med introducerande teori på olika avsnitt.

Det är fritt fram att använda detta material för dig som undervisar, men materialet ersätter inte en bra handledning av elever/studenten.

Häftet får inte editeras eller omarbetas.

Dela med dig av kanalen till dina studenter och/eller bädda in lämpliga videos på din lärplattform.

Jag använder mig av Karl Björks "Formler och Tabeller för Mekanisk konstruktion" när jag löser uppgifterna. Denna finns att beställa på bjorksforlag.se

En komplett översikt av kanalen och materialet finns på edume.nu

/Madeleine

 <https://www.youtube.com/channel/UCZWty6uAUlkab9XyHQIAu9Q>



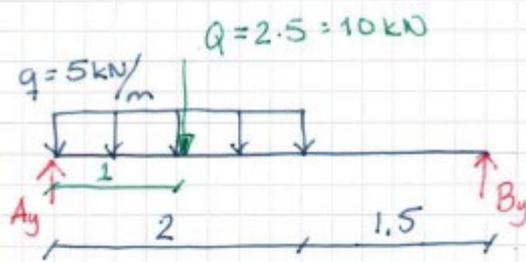
Madeleine Hermann

EduME – Education and Mechanical Engineering

6. Moment och tvärkraftsdiagram

6.1

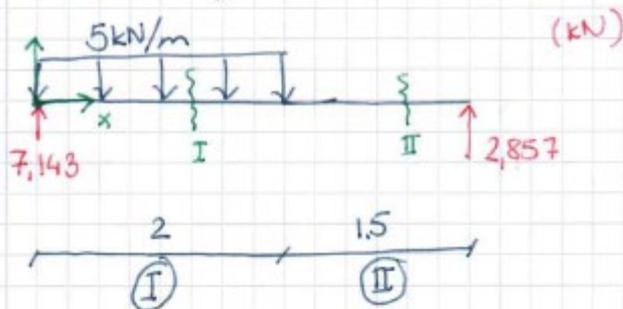
Moment och tvärkraftsdiagram



$$\curvearrowright A \quad B_y \cdot 3,5 - 10 \cdot 1 = 0 \Rightarrow B_y = 2,857 \text{ kN}$$

$$\uparrow A_y + B_y - 10 = 0 \quad A_y = 10 - 2,857 = 7,143 \text{ kN}$$

Trå kontinuerliga områden ger två uppsättningar av ekvationer. $\textcircled{\text{I}} \neq \textcircled{\text{II}}$



Snitt I (på avståndet x från A)

totala lasten Q över längden x .

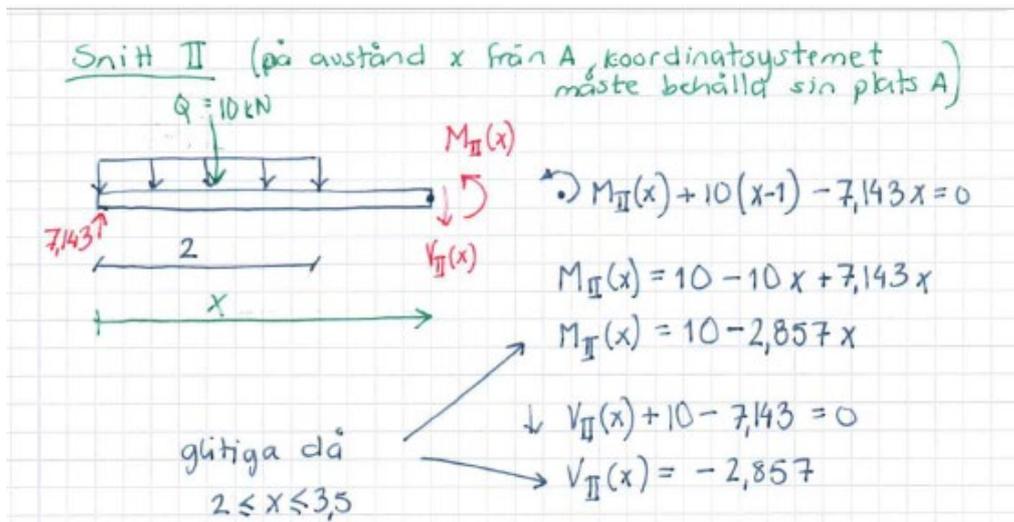
$$\curvearrowright M_I(x) + 5x \cdot \frac{x}{2} - 7,143x = 0$$

$$M_I(x) = 7,143x - 2,5x^2$$

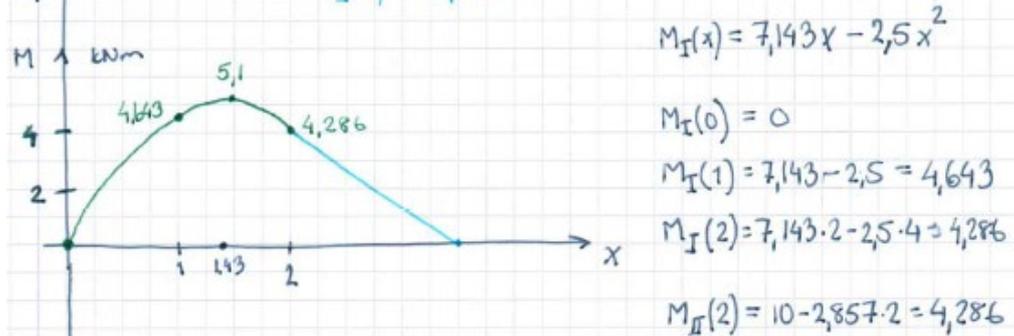
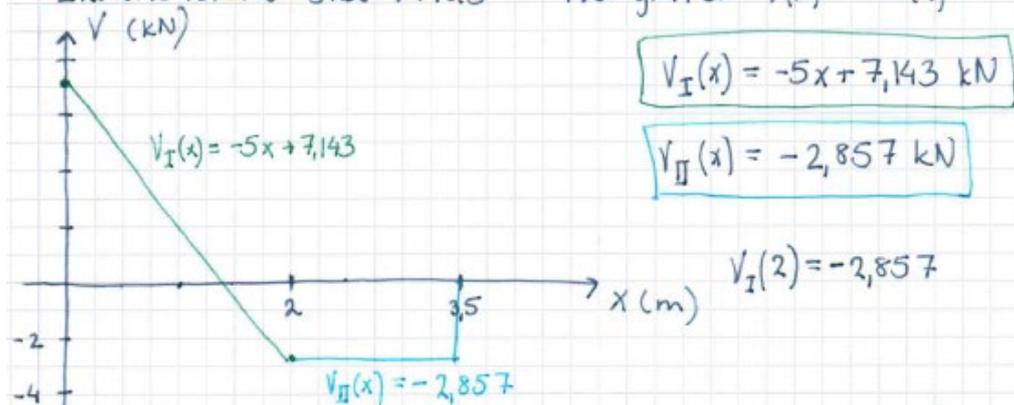
$$\downarrow V_I(x) + 5x - 7,143 = 0$$

$$\rightarrow V_I(x) = 7,143 - 5x$$

glitiga då
 $0 \leq x \leq 2$



Ekvationerna ska ritas i två grafer $V(x)$ & $M(x)$



M_{\max} : s lde. fås genom att så H $\frac{dM}{dx} = 0$

$\frac{dM_I}{dx} = 7,143 - 5x = 0 \quad x = \frac{7,143}{5} = 1,43 \text{ m}$

$M_I(1,43) = 7,143 \cdot 1,43 - 2,5 \cdot 1,43^2 = 5,10 \text{ kNm}$

Se samband.

$$V_I(x) = -5x + 7,143$$

↑
q

$$M_I(x) = -2,5x^2 + 7,143x$$

$$\frac{dM_I}{dx} = -2 \cdot 2,5x + 7,143$$

$$\frac{dM_I}{dx} = -5x + 7,143 = V_I(x)$$

Värdet av $V(x)$ ger $M(x)$'s lutning

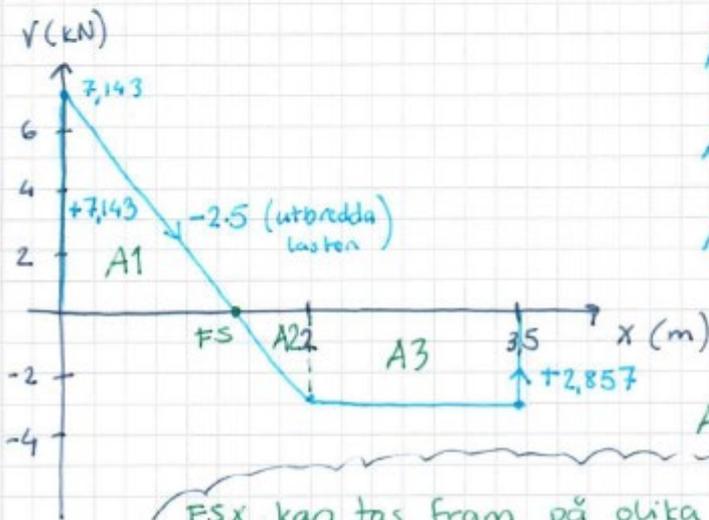
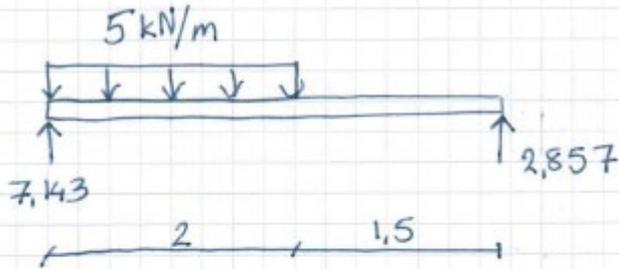
Om derivatan av $M(x)$ ger $V(x)$ så

är integralen av $V(x) \Rightarrow M(x)$ (andra hållet)

Arean av $V(x) \Rightarrow$ Momentet.

EduME – Education and Mechanical Engineering

Förenklad metod



$$A1 = \frac{7,143 \cdot 1,43}{2} = 5,107$$

$$A2 = \frac{-2,857 \cdot 0,57}{2} = -0,819$$

$$A3 = -2,857 \cdot 1,5 = 4,286$$

tas fram
nedan

FSx kan tas fram på olika sätt.

$$y = kx + m \Rightarrow V = -5x + 7,143 \quad V(x) = 0 \quad -5x + 7,143 = 0$$

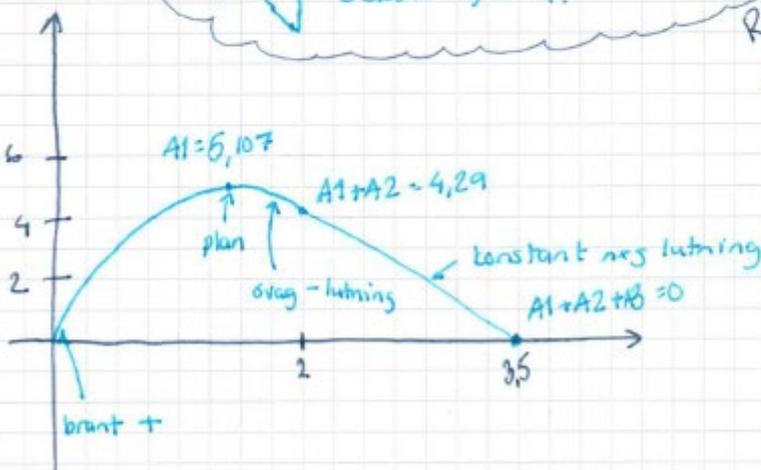
$$x = 1,43 \text{ m}$$

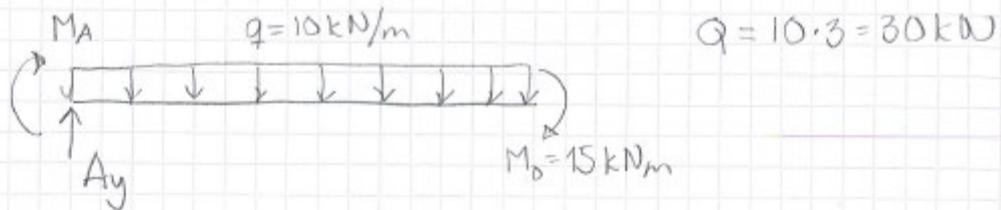


triangel likformighet kan
också ge x.

Rita helst inget
mellan V- & M-
diagrammen

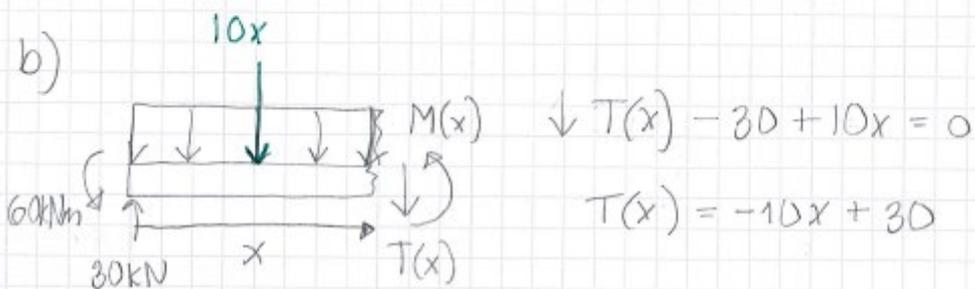
M (kNm)





$$\uparrow A_y - 30 = 0 \quad A_y = 30 \text{ kN}$$

$$\curvearrowleft M_A + 15 + 30 \cdot \frac{3}{2} = 0 \quad M_A = -60 \text{ kNm}$$



$$\downarrow T(x) - 30 + 10x = 0$$

$$T(x) = -10x + 30$$

$$\curvearrowleft M(x) + 60 + 10x \cdot \frac{x}{2} - 30x = 0$$

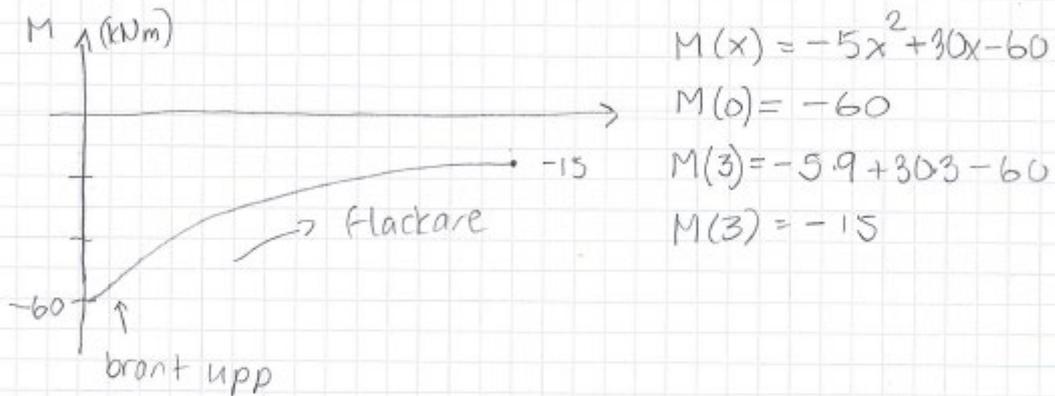
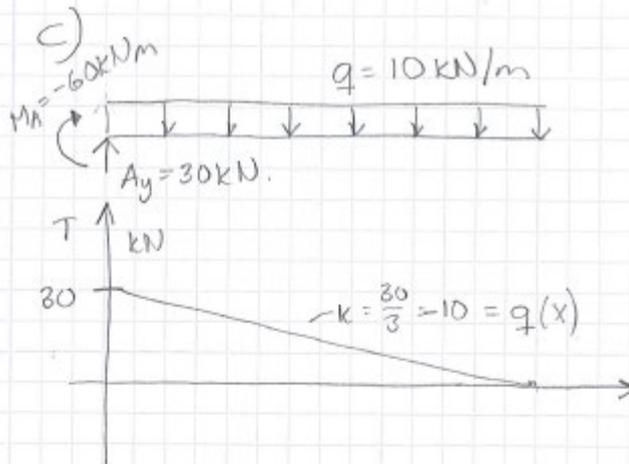
$$M(x) = -5x^2 + 30x - 60$$

$$T(x) = \frac{dM}{dx} = -10x + 30$$

Vad händer om vi tar $\frac{dT}{dx}$

$$\frac{dT}{dx} = -10 = q(x)$$

← Viktiga samband e bygger på
fritagging enligt reglerna

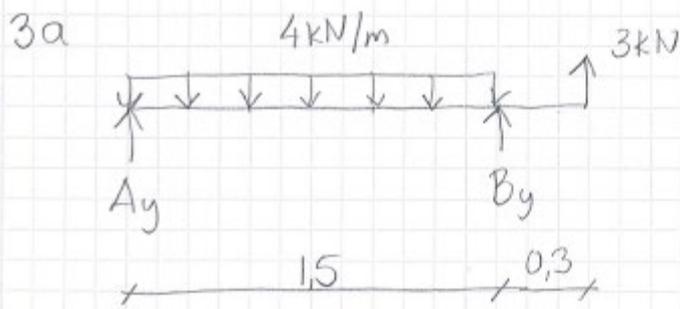


d) Förenklade

$$A = 30 \cdot \frac{3}{2} = 45$$

Beskriv $T(x)$

Beskriv areorna $\hat{=}$ lutning av $M(x)$

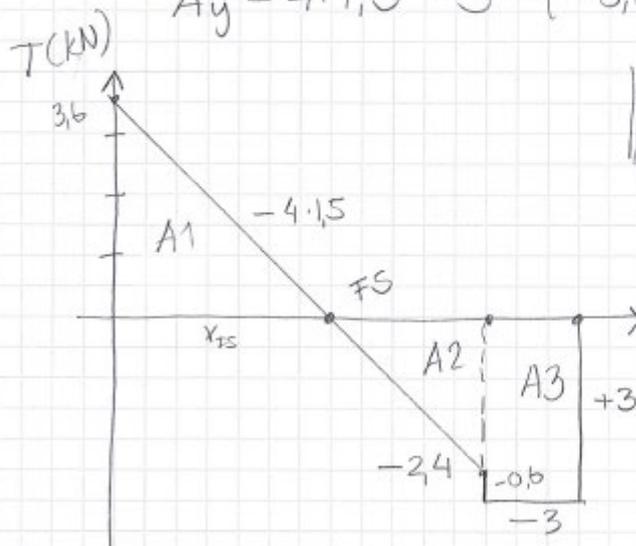


$$\curvearrowleft A \quad 3(1,5+0,3) - 4 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} + B_y \cdot 1,5 = 0$$

$$B_y = -0,6 \text{ kN}$$

$$\uparrow A_y + B_y + 3 - 4 \cdot 1,5 = 0$$

$$A_y = 4 \cdot 1,5 - 3 - (-0,6) = 3,6 \text{ kN}$$



Ekv $T(x)$ lätt att bestämma

$$T(x) = -4x + 3,6$$

FS då $T(x) = 0$

$$-4x + 3,6 = 0$$

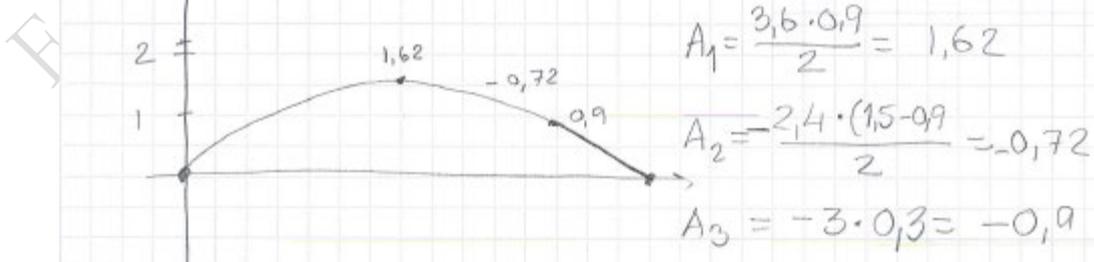
$$x = 0,9 \text{ m}$$

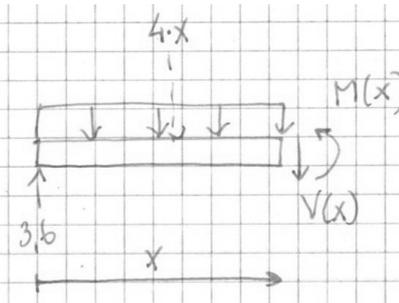
Δ -likformighet

$$\frac{3,6 + 2,4}{1,5} = \frac{3,6}{x_{FS}}$$

$$x_{FS} = 0,9$$

M kNm





$$M(x) + 4x \cdot \frac{x}{2} - 3,6x = 0$$

$$M(x) = 3,6x - 2x^2$$

$$V(x) + 4x - 3,6 = 0$$

$$V(x) = -4x + 3,6$$

Detta visades redan
 innan genom $y = kx + m$
 Samma resultat på
 två sätt! Toppen!

EduME – Education and Mechanical Engineering