1. Inre krafter och moment

1.1	Inre krafter och moment

Sökt: N_a, N_b, N_c

(Notera att krafterna är i jämvikt.
$\Sigma F = 0 \rightarrow 3+2-4-1 = 0$ OK.
Den som skapat uppgiften kan ju göra bort sig 😊)

a-a

$\rightarrow N_a - 1 = 0 \quad N_a = 1\,kN$

b-b

$\rightarrow N_b - 1 + 2 = 0$

$N_b = -1\,kN$

c-c

enklast 😊

$\leftarrow N_c - 3 = 0 \quad N_c = 3\,kN$

(Krångligare

$\rightarrow N_c + 2 - 4 - 1 = 0 \quad N_c = 3kN$

Samma svar!)

2. Axiell belastning

2.1	Axiell belastning

Sökt: σ_{AB} , σ_{BC}

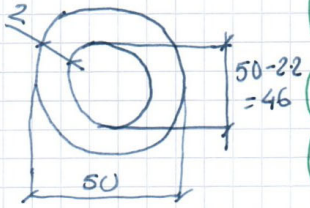
$\sigma = \frac{N}{A}$ s.25

$A_{BC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 12^2}{4} = 113 mm^2$

$A_{AB} = \frac{(D^2 - (D-2t)^2) \cdot \pi}{4} =$

$= \frac{(50^2 - 46^2) \cdot \pi}{4} = 302 mm^2$

Areor finns på s.18 i KB. Hänvisar inte till detta i forts.
$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$
Jag använder diameter då det nästan alltid är diametern som är det angivna måtter



$1 N/mm^2 = 1 MPa$

BC

$\downarrow N_{BC} - 10 = 0 \quad N_{BC} = 10 kN$

$\sigma_{BC} = \frac{N_{DC}}{A_{BC}} = \frac{10 \cdot 10^3}{113} = 88,5 N/mm^2$

$\sigma_{BC} = 88,5 MPa$

AB

$\downarrow N_{AB} + 2 \cdot 3 - 10 = 0 \quad N_{AB} = 4 kN$

$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{4 \cdot 10^3}{302} = 13,2 MPa$

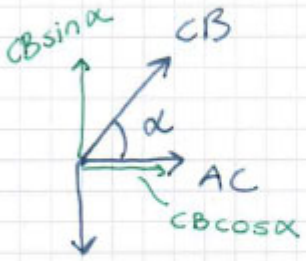
2.2	Axiell belastning

Axiell belastning

$\sigma = \frac{N}{A}$

Frilägg knutpunkt C

$\alpha = \arctan\left(\frac{3}{1,5}\right) = 63,4°$



$\uparrow \quad CB \sin 63,4° - 25 = 0$

$CB = 27,95 \text{ kN}$

$\rightarrow \quad AC + CB\cos 63,4 = 0$

$AC = -12,52 \text{ kN}$

a)

$A = 40 \cdot 4 = 160 \text{ mm}^2$

$\sigma_{CB} = \frac{CB}{A} = \frac{27,95 \cdot 10^3}{160} = \underline{175 \text{ MPa}}$ (drag)

$\sigma_{AC} = \frac{AC}{A} = \frac{-12,52 \cdot 10^3}{160} = \underline{-78 \text{ MPa}}$ (tryck)

b) $n = \frac{\text{Jämförandevärde}}{\text{Faktiskt värde}}$

S235 s.50 kB

$R_{eL} = 210 \text{ MPa}$

$R_m = 360 \text{ MPa}$

$n_S = \frac{R_{eL}}{\sigma_{CB}} = \frac{210}{175} = \underline{1,2}$ permanenta def.

$n_B = \frac{R_m}{\sigma_{CB}} = \frac{360}{175} = \underline{2,05}$ brott

2.3	Axiell belastning

Sökt: b

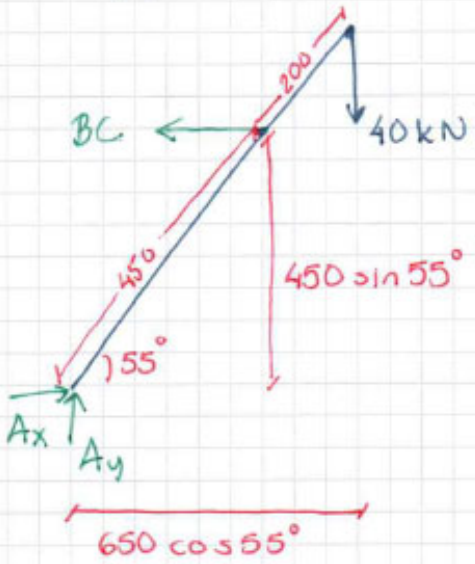
Givet:

$t = 6\,mm$

$\sigma_{till} = 150\,MPa$

Bestäm kraften i BC

Frilägg:



$\curvearrowleft A \quad BC \cdot 450 \sin 55^\circ - 40 \cdot 650 \cos 55^\circ = 0$

$BC = 40{,}46\,kN$

$\sigma_{till} = \frac{BC}{t \cdot b} \Rightarrow b = \frac{BC}{t \cdot \sigma_{till}} = \frac{40460}{6 \cdot 100} = 45\,mm$

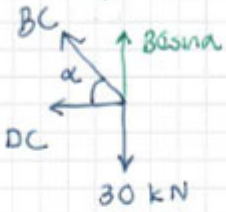
2.4	Axiell belastning

Sökt: d_{BE} , n_{AB}

Krafterna i AB & BC måste bestämmas.

Knutpunkt C

$\alpha = \arctan\left(\frac{900}{1300}\right) = 34,7°$

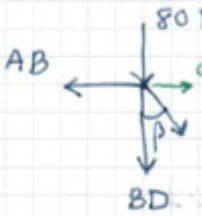


Söker endast BC

$\uparrow \; BC \sin 34,7 - 30 = 0$

$BC = 49,06 \text{ kN}$

Knutpunkt B



$\beta = 90 - 34,7° = 55,3°$

Söker endast AB $\leftarrow \; AB - 49,06 \sin 55,3 = 0$

$AB = 40,33 \text{ kN}$

4)

Bestäm σ_{HU} för AB

$\sigma_{HU} = \frac{55 \cdot 10^3 \cdot 4}{24^2 \cdot \pi} = 121,6 \text{ MPa} \approx 120 \text{ MPa}$

$\sigma_{AB} = \frac{AB}{A_{AB}} = \frac{40,33 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi \cdot 24^2} = 89 \text{ MPa}$

$n_{AB} = \frac{\sigma_{HU}}{\sigma_{AB}} = \frac{120}{89} = \underline{1,35}$

2.4 fortsättning	Axiell belastning

b)

$$\sigma_{BC} = \sigma_{AB} = 89\ MPa$$

$$\sigma_{BC} = \frac{BC}{A_{BC}} = \frac{49{,}06 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi d^2} = 89$$

$$d = \sqrt{\frac{49{,}06 \cdot 10^3 \cdot 4}{89 \cdot \pi}} = 26{,}5\ mm = 27\ mm$$

2.5	Axiell belastning

Sökt: d om $n_s = 2$ och matrialet S275JR

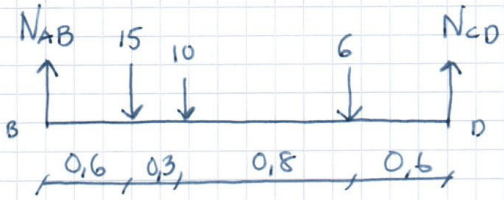
KB s. 50 $\Rightarrow R_{eL} = 250$ MPa

$\sigma_{till} = \frac{R_{eL}}{n} = \frac{250}{2} = 125$ MPa

KB s. 25

$\sigma = \frac{N}{A}$

Frilägging



$\circlearrowleft B$ $N_{CD}(0,6+0,3+0,8+0,6) - 6(0,6+0,3+0,8) \ldots$
$-10(0,3+0,6) - 15 \cdot 0,6 = 0$

$$N_{CD} = \frac{6 \cdot 1,7 + 10 \cdot 0,9 + 15 \cdot 0,6}{2,3} = 12,26 \text{ kN}$$

$\uparrow N_{AB} + N_{CD} - 15 - 10 - 6 = 0 \Rightarrow N_{AB} = 18,74$ kN

$N_{AB} > N_{CD} \Rightarrow F_{max} = N_{AB} = 18,74$ kN (dimensionerande kraft)

$$\sigma_{till} = \frac{F_{max}}{A} = \frac{F_{max} \cdot 4}{\pi d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{F_{max} \cdot 4}{\pi \cdot \sigma_{till}}} = \sqrt{\frac{18740 \cdot 4}{\pi \cdot 125}} = 13,8 \text{ mm}$$

Svar: Välj $d = 14$ mm

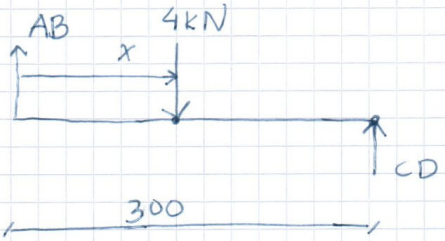
2.6	Axiell belastning

Sökt: x då dragspänningen stången (d) lika stor som tryckspänningen i fyrkantsstaven

$d = 18\,mm \Rightarrow A_{AB} = \frac{\pi \cdot 18^2}{4} = 255\,mm^2$

$a \times a = 25 \times 25\,mm \quad A_{CD} = 25^2 = 625\,mm^2$

Frilägging



$\uparrow \quad AB + CD - 4 = 0 \qquad CD = 4 - AB \qquad (1)$

$\circlearrowright_B \quad 4x - 300 \cdot CD = 0 \qquad (2)$

Spänningsvillkor

$\sigma_{AB} = |\sigma_{CD}|$

$\frac{AB}{A_{AB}} = \frac{CD}{A_{CD}} \Rightarrow CD = \frac{A_{CD}}{A_{AB}} \cdot AB = \frac{625}{255} AB = 2{,}45\,AB$

$(1) \Rightarrow 2{,}45\,AB = 4 - AB \qquad AB = \frac{4}{2{,}45 + 1} = 1{,}16\,kN.$

$CD = 2{,}45 \cdot 1{,}16 = 2{,}84\,kN$

$(2) \quad x = \frac{300\,CD}{4} = \frac{300 \cdot 2{,}84}{4} = \underline{213\,mm}$

$\sigma_{AB} = \frac{1160}{255} = 4{,}55\,MPa$

$\sigma_{CD} = \frac{2840}{625} = 4{,}55\,MPa \quad OK!$

2.7	Axiell belastning

Du kan även ta krafterna från uppgift 2.1

Sökt: a) δ_{AC} b) δ_B

$E = 70\ GPa$

Bestäm krafterna AB & BC

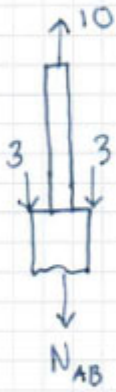
$\delta = \frac{FL}{AE}$

$\downarrow N_{BC} - 10 = 0$

$N_{BC} = 10\ kN$

Tvärsnitt

$A_{BC} = \frac{12^2 \cdot \pi}{4} = 113\ mm^2$



$\downarrow N_{AB} + 2 \cdot 3 - 10 = 0$

$N_{AB} = 10 - 6 = 4\ kN$

$A_{AB} = \frac{\pi}{4}(50^2 - 46^2) = 302\ mm^2$

alternativ för tunnväggigt rör

A = omkrets x tjocklek. (medel)

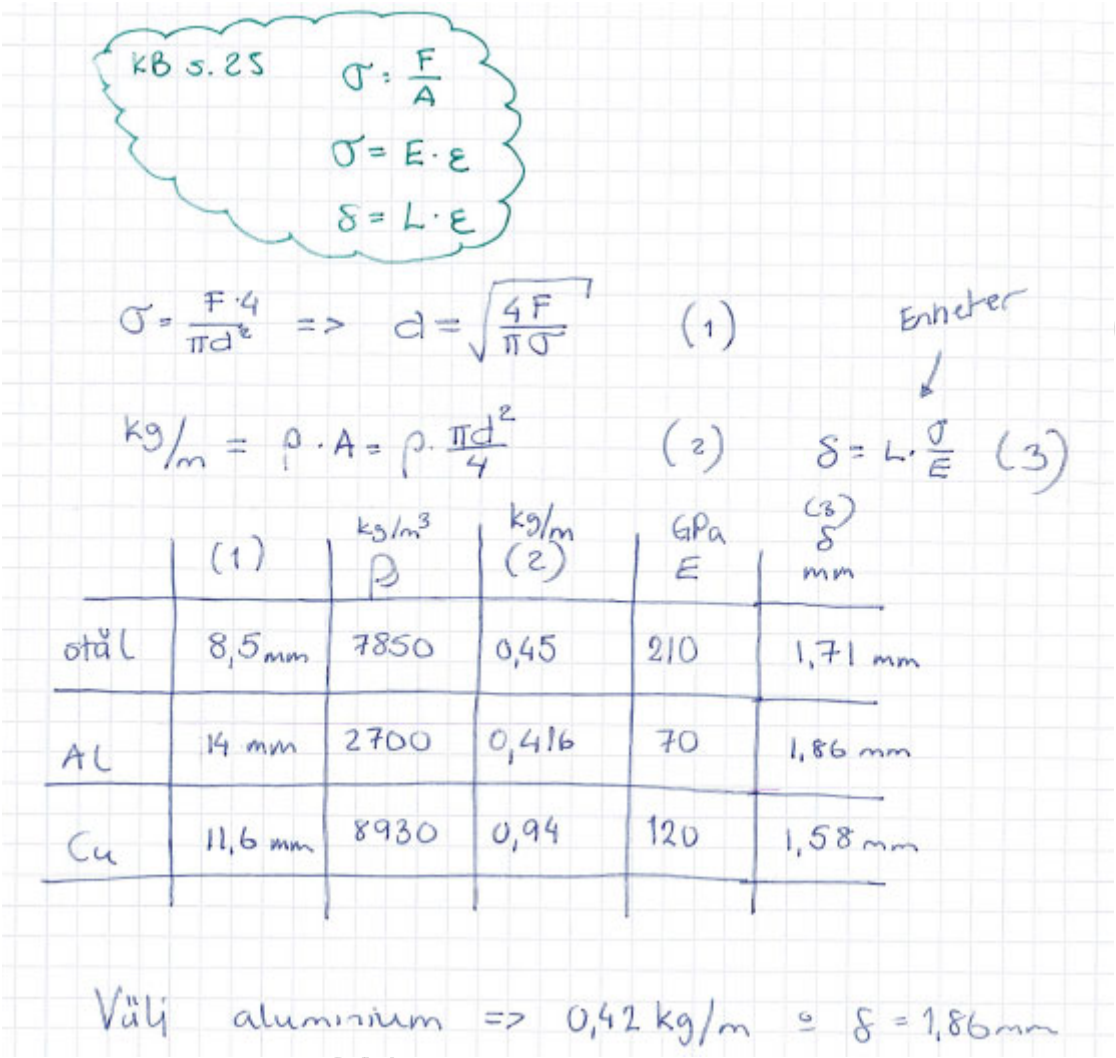
$A_{AB} = 48 \cdot \pi \cdot 2 = 302\ mm^2$

a) $\delta_{AC} = \delta_{AB} + \delta_{BC} = \frac{4000 \cdot 700}{302 \cdot 70 \cdot 10^3} + \frac{10\,000 \cdot 1500}{113 \cdot 70 \cdot 10^3} =$

$= 0{,}1325 + 1{,}8963 = 2{,}03\ mm$ (längre)

b) $\delta_B = \delta_{AB} = 0{,}13\ mm$ uppåt

2.8	Axiell belastning



2.9	Axiell belastning

Sökt: d_{min}, σ

Givet: $L = 60\,m$

$\delta_{max} = 48\,mm$

$F = 6\,kN$

$E = 200\,GPa = 200 \cdot 10^9\,Pa = 200 \cdot 10^9\,N/m^2$

$\delta = \frac{FL}{AE}$ KBs.25

$A_{min} = \frac{FL}{\delta_{max} \cdot E} = \frac{\pi d^2}{4}$

$d = \sqrt{\frac{4FL}{\pi \delta_{max} E}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6000 \cdot 60}{\pi \cdot 0{,}048 \cdot 200 \cdot 10^9}} = 6{,}9 \cdot 10^{-3}\,m = 7\,mm$

$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{6000 \cdot 4}{7^2 \cdot \pi} = 156\,MPa$

Svar: Välj $d = 7\,mm \Rightarrow \sigma = 156\,MPa$

2.10	Axiell belastning

Sökt: d samt ε i %

Givet: $F = 10\ N$

$E = 2{,}8\ GPa$

$\sigma_{tillåtet} = 40\ MPa = 40\ N/mm^2$

$\sigma_{tillåtet} = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2}$

$d = \sqrt{\frac{10 \cdot 4}{40 \cdot \pi}} = 0{,}564\ mm$

Välj $d = 0{,}6\ mm \Rightarrow \sigma = \frac{10 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}6^2} = 35{,}4\ MPa$

Hooks lag KB. s.24

$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{35{,}4 \cdot 10^6}{2{,}8 \cdot 10^9} = 0{,}0126 \Rightarrow 1{,}26\%$

Svar: $d = 0{,}6\ mm$

$\varepsilon = 1{,}26\%$

2.11	Axiell belastning

Sökt: d_{min}

Givet: $F = 11\,N$

$E = 3{,}1\,GPa$

$\sigma_{till} = 40\,MPa$

$\varepsilon_{max} = 1\% = 0{,}01$

Kontrollera om töjning eller spänning är dimensionerande.

Hooks lag: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

ε_{till} om $\sigma_{till} = 40\,MPa$ $\quad \varepsilon_{till} = \frac{\sigma_{till}}{E} = \frac{40 \cdot 10^6}{3{,}1 \cdot 10^9} = 0{,}0129 \Rightarrow 1{,}3\%$

Om spänningen är 40 MPa får vi töjningen 1,3% men endast $\varepsilon = 1\%$ är tillåten => töjningen är dimensionerande.

Bestäm spänning som ger 1% töjning.

$$\sigma_{dim} = E \cdot \varepsilon_{max} = \frac{F \cdot 4}{\pi d_{min}^2}$$

$$d_{min} = \sqrt{\frac{4F}{E\,\varepsilon_{max}\,\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11}{3{,}1 \cdot 10^9 \cdot 0{,}01 \cdot \pi}} = 0{,}672\,mm$$

Svar: $d_{min} = 0{,}672\,mm$

2.12	Axiell belastning

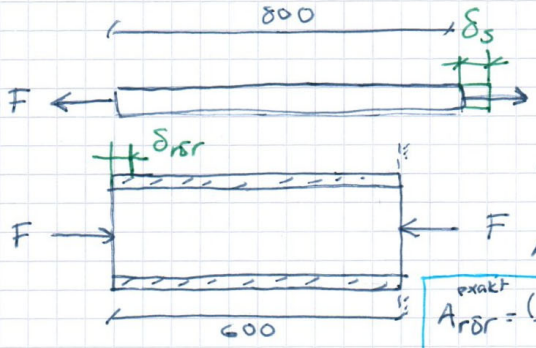
Sökt: C:s förflyttning

$\delta = \frac{FL}{AE}$ KB s. 25

$E_{al} = 70 \cdot 10^3 \ N/mm^2$

$E_{stål} = 210 \cdot 10^3 \ N/mm^2$

Frilägging



$A_s = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 314 mm^2$

enkelt

$A_{rör} = d_y \pi t$ om $t << d_y$

$A_{rör} = 60 \cdot \pi \cdot 2 = 377 mm^2$

exakt

$A_{rör} = \frac{(60^2 - 56^2) \cdot \pi}{4} = 364 mm^2$

ca: 3% avvikelse

$\delta_{tot} = \delta_s + \delta_{rör}$

$\delta_{tot} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 800}{314 \cdot 70 \cdot 10^3} + \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 600}{377 \cdot 210 \cdot 10^3} = 1,456 + 0,303$

364 0,314

$\delta_{tot} = 1,76 \ mm$ åt höger.

1,77 A exakt

2.13	Axiell belastning

Sökt: Spänningen i stängerna

$\delta = \frac{FL}{AE}$ $\sigma = \frac{F}{A}$ KB s. 25

Friläggning

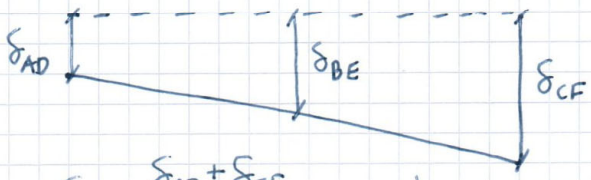
3 obekanta AD, BE, CF

2 ekv ↑ ↻ => statiskt obest.

$\uparrow \quad AD + BE + CF - 50 - 80 = 0 \qquad (1)$

$\circlearrowright D \quad 50 \cdot 1 - BE \cdot 2 + 80 \cdot 3 - CF \cdot 4 = 0 \qquad (2)$

Balken D-F är stel



$\delta_{BE} = \frac{\delta_{AD} + \delta_{CF}}{2}$ ty symmetri

$\frac{BE \cdot L}{AE} = \frac{1}{2}\left(\frac{AD \cdot L}{AE} + \frac{CF \cdot L}{AE}\right)$

$BE = \frac{1}{2}(AD + CF)$

2.13 fortsättning	Axiell belastning

(1) $AD + CF + BE = 130$

(2) $2BE + 4CF = 290$

(3) $2BE = AD + CF$

(1) & (3) $\Rightarrow$ $2BE + BE = 130 \Rightarrow BE = 43{,}3\ kN$

(2) $\Rightarrow$ $2 \cdot 43{,}3 + 4CF = 290 \Rightarrow CF = 50{,}8\ kN.$

(1) $\Rightarrow$ $AD = 130 - 43{,}3 - 50{,}8 = 35{,}9\ kN$

$$A = \frac{\pi \cdot 18^2}{4} = 255\ mm^2$$

$$\sigma_{AD} = \frac{35{,}9 \cdot 10^3}{255} = 141\ MPa$$

$$\sigma_{BE} = \frac{43{,}3 \cdot 10^3}{255} = 170\ MPa$$

$$\sigma_{CF} = \frac{50{,}8 \cdot 10^3}{255} = 199\ MPa$$

2.14	Yttryck

a) $p_c = \frac{F}{A_{trä}} = \frac{50 \cdot 10^3}{120 \cdot 120} = 3{,}5\ MPa$

b) $A_c = a^2$

$p_{tiu} = 150\ kPa = 0{,}15 MPa$

$p_{tiu} = \frac{F}{A_c} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{F}{p_{tiu}}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^3}{0{,}15}} = 577\ mm$

$a = 580\ mm$