

HÅLLFASTHETSLÄRA ÖVNINGSUPPGIFTER LÖSNINGAR

Datum: 2022-07-23

Lösningarna till övningsuppgifterna är ett levande dokument. Jag fyller på med lösningar, gör förbättringar och rättar de slarvfel som är svåra att undvika när man utvecklar material.

På YouTube kanalen, "EduME:s Övningsuppgifter i hållfasthetslära", finns inspelade lösningsförslag till många av uppgifterna. Flera uppgifterna finns även på spellistor med introducerande teori på olika avsnitt.

Det är fritt fram att använda detta material för dig som undervisar, men materialet ersätter inte en bra handledning av elever/studenten.

Häftet får inte editeras eller omarbetas.

Dela med dig av kanalen till dina studenter och/eller bädda in lämpliga videos på din lärplattform.

Jag använder mig av Karl Björks "Formler och Tabeller för Mekanisk konstruktion" när jag löser uppgifterna. Denna finns att beställa på bjorksforlag.se

En komplett översikt av kanalen och materialet finns på edume.nu

/Madeleine



<https://www.youtube.com/channel/UCZWty6uAUlkab9XyHQIAu9Q>



Madeleine Hermann

EduME – Education and Mechanical Engineering

5. Vridning

5.1

Vridning

Sökt: M_v Givet: $R_{eL} = 230 \text{ MPa}$ (normalspänning)

$$n_s = 3$$

$$d = 35 \text{ mm}$$

$$\tau_{eL} = 0,6 \cdot R_{eL} = 0,6 \cdot 230 \quad \text{KB. s. 25}$$

$$\tau_{till} = \frac{\tau_{eL}}{n} = \frac{0,6 \cdot 230}{3} = 46 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{KB s. 26}$$

$$M_v = \tau_{till} \cdot W_v = 46 \cdot \frac{\pi \cdot 35^3}{16} = 387250 \text{ Nmm} = \underline{\underline{387 \text{ Nm}}}$$

EduME – Education and Mechanical Engineering ©

Sökt: a) T_{\max} b) τ vid T_{\max} då $A_{\text{rör}} = A_{\text{solid}}$

Givet: $\tau_{\text{till}} = 45 \text{ MPa}$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25}$$

$$a) \quad W_v = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D} \quad \text{KB s. 26}$$

$$T_{\max} = \tau_{\text{till}} \cdot W_v = 45 \cdot \frac{\pi(90^4 - 60^4)}{16 \cdot 90} = 5,169 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\underline{\underline{T_{\max} = 5,17 \text{ kNm}}}$$

$$b) \quad W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{KB s. 26}$$

$$A_{\text{rör}} = A_{\text{solid}} \quad \frac{\pi}{4}(90^2 - 60^2) = \frac{\pi d^2}{4} \quad d = 67 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{T_{\max}}{W_v} = \frac{5,169 \cdot 10^6 \cdot 16}{\pi \cdot 67^3} = \underline{\underline{87,5 \text{ MPa}}}$$

EduME – Educa

Skapade en ny bild och angav momentet i Nm isf kNm. I lösningen går man från kNm till Nmm därav $\cdot 10^6$. Från Nm till Nmm blir det endast $\cdot 10^3$

Sökt: τ_{BC} , τ_{CD} , τ_{DE}

Givet:

$\tau = \frac{M_V}{W_V}$ KB. s.25

$W_V = \frac{\pi d^3}{16}$ KB s.26

$d_{BC} = 44 \text{ mm}$ $d_{CD} = 50 \text{ mm}$ $d_{DE} = 56 \text{ mm}$

$0,3 \text{ kNm}$ $0,4 \text{ kNm}$ $0,5 \text{ kNm}$ $M_V = 1,2 \text{ kNm}$

DE

$M_{DE} \leftarrow \boxed{} \rightarrow 1,2 \text{ kNm} \leftarrow M_{DE} = 1,2 \text{ kNm}$

$\tau_{DE} = \frac{1,2 \cdot 10^6 \cdot 16}{56^3 \cdot \pi} = \underline{\underline{34,8 \text{ MPa}}}$

CD

$\leftarrow \boxed{} \leftarrow 0,5 \text{ kNm} \rightarrow 1,2 \text{ kNm} \leftarrow M_{CD} + 0,5 - 1,2 = 0$

$M_{CD} = 0,7 \text{ kNm}$

$\tau_{CD} = \frac{0,7 \cdot 10^6 \cdot 16}{50^3 \cdot \pi} = \underline{\underline{28,5 \text{ MPa}}}$

BC

$M_{BC} \leftarrow \boxed{} \leftarrow 0,4 \quad \leftarrow 0,5 \quad \rightarrow 1,2$ (kNm)

$\leftarrow M_{BC} + 0,4 + 0,5 - 1,2 = 0 \Rightarrow M_{BC} = 0,3 \text{ kNm}$

$\tau_{BC} = \frac{0,3 \cdot 10^6 \cdot 16}{44^3 \cdot \pi} = \underline{\underline{17,9 \text{ MPa}}}$

Sökt: τ_{\max}

$\tau = \frac{M_v}{W_v}$ KB. s.25
 $W_v = \frac{\pi d^3}{16}$ KB. s.26

(AB) $d = 10 \text{ mm}$
 $\leftarrow 15 \rightarrow M_{AB} \Rightarrow M_{AB} = 15 \text{ Nm}$

(BC) $d = 15 \text{ mm}$
 $\leftarrow 15 \rightarrow 60 \rightarrow M_{BC} \Rightarrow M_{BC} = 15 - 60 = -45 \text{ Nm}$

(CD) $d = 20 \text{ mm}$
 $\leftarrow 15 \rightarrow 60 \rightarrow 90 \rightarrow M_{CD} \Rightarrow M_{CD} = 15 - 60 - 90 = -135 \text{ Nm}$

(DE) $d = 25 \text{ mm}$
 $\leftarrow 15 \rightarrow 60 \rightarrow 90 \leftarrow 120 \rightarrow M_{DE} \Rightarrow M_{DE} = 15 - 60 - 90 + 120 = -15 \text{ Nm}$

positiva eller negativa vridmoment har ingen betydelse för spänningens karaktär.
 DE är lägst ty $M_{\min} \hat{=} d_{\max}$
 Trogligtvis har CD τ_{\max} men CD, AB $\hat{=} BC$ måste bestämmas.

$\tau_{CD} = \frac{135 \cdot 10^3 \cdot 16}{20^3 \cdot \pi} = 85,9 \text{ MPa}$ $\tau_{AB} = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 16}{10^3 \cdot \pi} = 76,4 \text{ MPa}$

$\tau_{BC} = \frac{45 \cdot 10^3 \cdot 16}{15^3 \cdot \pi} = 67,9 \text{ MPa}$

Sökt: T_{\max}

Givet: $d_{AB} = 30 \text{ mm}$ $\tau_{AB} = 90 \text{ MPa}$

$d_{BC} = 50 \text{ mm}$ $\tau_{BC} = 60 \text{ MPa}$

$$M_{AB} = M_{BC} = T$$

$$T_{\max}^{AB} = \tau_{AB} \cdot W_v = 90 \cdot \frac{30^3 \cdot \pi}{16} = 477 \text{ Nm}$$

$$T_{\max}^{BC} = 60 \cdot \frac{50^3 \cdot \pi}{16} = 1473 \text{ Nm}$$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{KB s. 26}$$

Svar: $T_{\max} = 477 \text{ Nm}$

EduME – Education and Mechanical Engineering

Sökt: τ_{bc} Givet: $d=30\text{mm}$ 

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad 5.25$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad 0.26$$

$$M_B = (9-5) \cdot 10^3 \cdot 150 = 600\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_C = (10-7) \cdot 10^3 \cdot 200 = 600\,000 \text{ Nmm}$$

$$\tau = \frac{600\,000 \cdot 16}{30^3 \cdot \pi} = 113 \text{ MPa}$$

EduME – Education and Mechanical Engineering

5.7

Vridning

3. Sökt: τ_{\max} Givet: $d = 25 \text{ mm}$, $n = 50 \text{ varv/s}$

$$\gamma = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{s. 25}$$

$$n = 50 \text{ varv/s} = 50 \cdot 60 = 3000 \text{ rpm}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{s. 26}$$

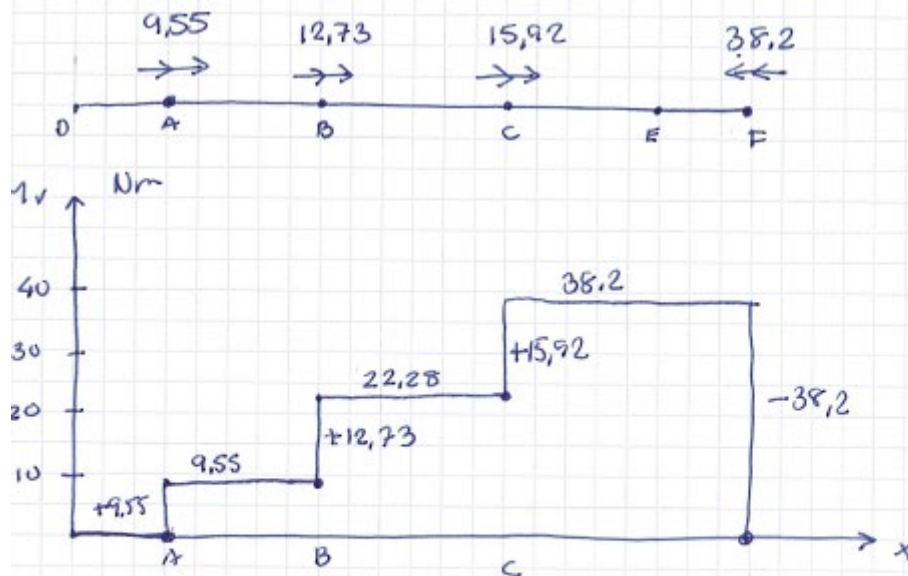
$$M_A = \frac{3 \cdot 9550}{3000} = 9,55 \text{ Nm}$$

$$P = \frac{M \cdot n}{9550} \quad \begin{matrix} \text{kW} \\ \text{Nm} \\ \text{rpm} \end{matrix} \quad \text{s. 23}$$

$$M_B = \frac{4 \cdot 9550}{3000} = 12,73 \text{ Nm}$$

$$M_C = \frac{5 \cdot 9550}{3000} = 15,92 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{motor}} = 15,92 + 12,73 + 9,55 = 38,2 \text{ Nm}$$



$$\tau_{\max} = \frac{M_{CF}}{W_v} = \frac{38,2 \cdot 10^3 \cdot 16}{25^3 \cdot \pi} = \underline{\underline{12,5 \text{ MPa}}}$$

Sökt: a) M_v b) d

Friläggning



Givet:

$$a = 300 \text{ mm}$$

$$b = 125 \text{ mm}$$

$$t = 4 \text{ mm}$$

$$d_y = 70 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB.s. 25}$$

$$W_v^{\text{rör}} = \frac{\pi}{2} t \cdot d_m^2$$

$$W_v^{\text{stäng}} = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{KB.s. 26}$$

a)

Röret begränsar M_v .

$$\tau_{\text{till}}^{\text{AB}} = 55 \text{ MPa}$$

$$d_m \text{ (medeldiameter)} \quad d_m = d_y - t = 70 - 4 = 66 \text{ mm}$$

 $4 \ll 66 \Rightarrow$ tunnväggigt rör

$$W_v^{\text{rör}} = \frac{\pi}{2} \cdot 4 \cdot 66^2 = 27370 \text{ mm}^3$$

$$M_v = \tau_{\text{till}}^{\text{AB}} \cdot W_v^{\text{rör}} = 55 \cdot 27370 = 1505326 \text{ Nmm} = \underline{\underline{1505 \text{ Nm}}}$$

$$\text{b) } M_v = 1505 \text{ Nm} \quad \tau_{\text{till}}^{\text{AB}} = 80 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{till}}^{\text{AC}} = \frac{M_v}{W_v^{\text{stäng}}} = \frac{M_v \cdot 16}{\pi d^3}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1505 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 80}} = \underline{\underline{46 \text{ mm}}}$$

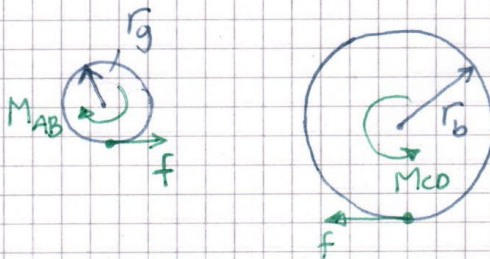
Sökt: τ_{\max} Givet: $d_{AB} = 45 \text{ mm}$ $d_{CD} = 65 \text{ mm}$ $r_b = 250 \text{ mm}$ $r_g = 100 \text{ mm}$ $M_v = 500 \text{ Nm}$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s. 25-26}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16}$$

$$M_{AB} = M_v = 500 \text{ Nm}$$

$M_{CD} > M_{AB}$ ty man går från litet kugghjul (kort hävarm) till större kugghjul (lång hävarm)



f är kontaktkraften i kuggarna.
radien blir då hävarmen

$$M_{AB} = f \cdot r_g \quad M_{CD} = f \cdot r_b$$

$$\frac{M_{AB}}{r_g} = \frac{M_{CD}}{r_b} \Rightarrow M_{CD} = M_{AB} \cdot \frac{r_b}{r_g}$$

$$M_{CD} = 500 \cdot \frac{250}{100} = 1250 \text{ Nm}$$

$$\tau_{AB} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 45^3} = \underline{\underline{28 \text{ MPa}}} = \tau_{\max}$$

$$\tau_{CD} = \frac{1250 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 65^3} = 23 \text{ MPa}$$

Sökt: θ i grader

Givet: $T = 5 \text{ kNm} = 5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$

$G = 26 \text{ GPa} = 26 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$

$L = 1,2 \text{ m} = 1200 \text{ mm}$

a) $D = 75 \text{ mm}$ solid

$$\varphi = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 32}{26 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 75^4} = 0,0743 \text{ rad}$$

$$\theta = 0,0743 \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{4,26^\circ}}$$

b) $D = 75 \text{ mm}$ $d = 25 \text{ mm}$

$$\varphi = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 32}{26 \cdot 10^3 \cdot \pi (75^4 - 25^4)} = 0,0752 \text{ rad}$$

$$\theta = 0,0752 \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{4,31^\circ}}$$

$$\varphi = \frac{MvL}{GI_v} \quad \text{KB. s.25}$$

Solid $I_v = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{KB s.26}$

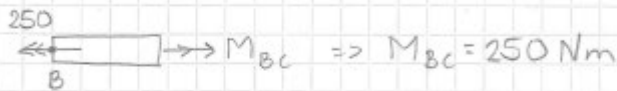
20 $I_v = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) \quad \text{KB s.26}$

Sökt: θ_{BC} , θ_{BD} Givet: $T = 600 \text{ Nm}$

$$G = 26 \text{ GPa} = 26 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$\varphi = \frac{M \cdot L}{I_V \cdot G} \quad \text{KB s. 25}$$

$$I_V = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{KB s. 26}$$

Bestäm momenten M_{BC} , M_{CD} Axel BC $d = 45 \text{ mm}$ $L = 1,1 \text{ m}$

$$\varphi = \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 1100 \cdot 32}{\pi \cdot 45^4 \cdot 26 \cdot 10^3} = 0,0263 \text{ rad}$$

$$\theta_{BC} = 0,0263 \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{1,51^\circ}}$$

Axel CD $d = 50 \text{ mm}$ $L = 0,9 \text{ m}$

$$\varphi = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 900 \cdot 32}{\pi \cdot 50^4 \cdot 26 \cdot 10^3} = 0,0338 \text{ rad}$$

$$\theta_{CD} = 0,0338 \cdot \frac{180}{\pi} = 1,94^\circ$$

$$\theta_{BD} = \theta_{BC} + \theta_{CD} = 1,51^\circ + 1,94^\circ = \underline{\underline{3,45^\circ}}$$

moturs sett från A

5.13

Vridning

Sökt: τ_{\max}

Givet: $L = 2500 \text{ m}$

*Väljer att
räkna i meter
pga stora
dimensioner.*

$d = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$

$\theta = 2,5 \text{ varv} = 5\pi \text{ rad}$

$G = 77 \text{ GPa} = 77 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Bestäm vridmomentet

$$M_v = \frac{\varphi I_v G}{L} = \frac{5\pi \cdot \pi \cdot 0,2^4 \cdot 77 \cdot 10^9}{2500 \cdot 32} = 75996 \text{ Nm}$$

$$\tau = \frac{75996 \cdot 16}{\pi \cdot 0,2^3} = 48,4 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 48,4 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{M_v}{W_v} \quad \text{KB s.25}$$

$$\varphi = \frac{M_v L}{I_v G}$$

$$I_v = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{KB s.26}$$

$$W_v = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{KB s.26}$$

EduME – Education and Mechanical Engineering

$$M_v = T_{max}, d = d_s$$

i Sökt: a) T_{max} om $\theta_{CD}^{max} = 0,375^\circ$
 b) θ_A vid T_{max}

Givet: $\tau_{tu}^{AB} = 80 \text{ MPa}$ $G_{AB} = 77 \text{ GPa}$
 $\tau_{tu}^{CD} = 50 \text{ MPa}$ $G_{CD} = 38 \text{ GPa}$
 $d_s = 45 \text{ mm}$

$M_{CD} = M_{AB} = T$

a) M_{CD} om $\theta_{CD} = 0,375^\circ$

$$\varphi_{CD} = \frac{\pi}{180} \cdot 0,375 \text{ rad}$$

$$T = \frac{\varphi_{CD} \cdot I_v \cdot G}{L} = \frac{\pi \cdot 0,375 \cdot \pi (80^4 - 68^4) \cdot 38 \cdot 10^3}{180 \cdot 200 \cdot 32} = 2390 \text{ Nm}$$

Bestäm T som ger τ_{tu}

Rör:

$$T = \tau_{tu}^{CD} \cdot W_v^{CD} = 50 \cdot \frac{\pi (80^4 - 68^4)}{16 \cdot 80} = 2402 \text{ Nm}$$

Axel:

$$T = \tau_{tu}^{AB} \cdot W_v^{AB} = 80 \cdot \frac{\pi \cdot 45^3}{16} = 1431 \text{ Nm} \Rightarrow \text{Dimensionerande}$$

$$\underline{\underline{T_{max} = 1431 \text{ Nm}}}$$

b)

$$\varphi_A = \varphi_{AB} + \varphi_{CD} = 1431 \cdot 10^3 \left(\frac{300 \cdot 32}{77 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 45^4} + \frac{200 \cdot 32}{38 \cdot 10^3 \cdot \pi (80^4 - 68^4)} \right)$$

$$\varphi_A = 0,0178 \text{ rad} \Rightarrow \underline{\underline{\theta_A = 1,02^\circ}}$$

Formulas used in green circles:
 $\varphi = \frac{ML}{I_v G}$ KB s.25
 $\tau = \frac{M_v}{W_v}$
 $I_v^{CD} = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ KB s.26
 $W_v = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$
 $W_v = \frac{\pi d_s^3}{16}$ KB s.26

5.15

Vridning

Sökt: θ_A

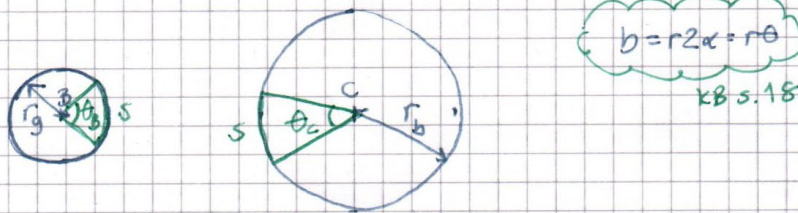
När M_v belastar A kommer flexibiliteten i axel AB \approx CD göra att ände A vrids.

Även kugghjulen kommer påverka vridningen i A.

Bestäm hur B påverkas av en vridning i G.

$$\theta = \frac{M_v L}{I_v \theta} \quad \text{KB s. 25}$$

$$I_v = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{KB s. 26}$$



$$b = r_2 \alpha = r \theta \quad \text{KB s. 18}$$

Kugghjulen hänger ihop så s måste vara lika.

$$\left. \begin{array}{l} s = \theta_B \cdot r_g \\ s = \theta_C \cdot r_b \end{array} \right\} \theta_B r_g = \theta_C r_b \Rightarrow \theta_B = \theta_C \frac{r_b}{r_g}$$

$$\theta_B = \theta_C \cdot \frac{250}{100} = \theta_C \cdot 2,5$$

$$\theta_C = \theta_{CD}$$

Här förstärks vinkeln i B pga av vinkeländring i G.

$$\theta_A = \theta_{AB} + 2,5 \theta_{CD}$$

$$M_{AB} = M_v = 500 \text{ Nm}$$

$$M_{CD} = M_{AB} \cdot \frac{250}{100} = M_{AB} \cdot 2,5$$

$$M_C = 1250 \text{ Nm}$$

Momentet förstärks då vi går från kort hävarm (r_g) till längre hävarm (r_b)

$$\theta_A = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 800 \cdot 32}{\pi \cdot 45^4 \cdot 70 \cdot 10^3} + 2,5 \frac{1250 \cdot 10^3 \cdot 600 \cdot 32}{\pi \cdot 65^4 \cdot 70 \cdot 10^3} =$$

$$= 0,0142 + 2,5 \cdot 0,00611 = 0,0295 \text{ rad} = 0,0295 \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{1,69^\circ}}$$

Sökt: a) τ_{\max}^m , τ_{\max}^s , θ_{AB}

Sammansatta material

$$\varphi = \frac{M_v \cdot L}{I_v \cdot G}$$

$$T = M_m + M_s \quad (2)$$

$$\theta_{\text{tot}} = \theta_m = \theta_s \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{M_m \cdot L}{I_m \cdot G_m} = \frac{M_s \cdot L}{I_s \cdot G_s}$$

$$I_m = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$

$$I_s = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\frac{M_m}{(D^4 - d^4)G_m} = \frac{M_s}{d^4 \cdot G_s}$$

$$M_m = M_s \cdot \frac{(50^4 - 40^4) \cdot 39 \cdot 10^3}{40^4 \cdot 77 \cdot 10^3} = 0,73 M_s$$

$$(2) \Rightarrow 600 = 0,73 M_s + M_s \Rightarrow M_s = 347 \text{ Nm}$$

$$M_m = 253 \text{ Nm}$$

$$a) \tau_{\max}^m = \frac{253 \cdot 10^3 \cdot 16 \cdot 50}{\pi(50^4 - 40^4)} = \underline{\underline{17,5 \text{ MPa}}}$$

$$b) \tau_{\max}^s = \frac{347 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 40^3} = \underline{\underline{27,6 \text{ MPa}}}$$

$$c) \theta_{AB} = \theta_{AB}^s = \left(\frac{347 \cdot 10^3 \cdot 2000 \cdot 32}{\pi \cdot 40^4 \cdot 77 \cdot 10^3} \right) \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{2,05^\circ}}$$

Sökt: T_{\max}

Givet: $G_s = 77 \text{ GPa} = 77 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{\text{stl}}^s = 50 \text{ MPa}$
 $G_{\text{al}} = 26 \text{ GPa} = 26 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{\text{al}}^{\text{al}} = 20 \text{ MPa}$

$T = M_s + M_{\text{al}} \quad (1)$

$\theta_{\text{AB}} = \theta_{\text{al}} = \theta_s$

$\frac{M_s}{(D^4 - d^4) G_s} = \frac{M_{\text{al}}}{d^4 G_{\text{al}}} \quad D = 68 \text{ mm}$
 $d = 65 \text{ mm}$

$M_s = 0,586 M_{\text{al}}$

$(1) \Rightarrow T = 0,586 M_{\text{al}} + M_{\text{al}} \Rightarrow M_{\text{al}} = 0,631 T$

(Al)

$20 = \frac{0,631 T \cdot 16}{65^3 \cdot \pi} \Rightarrow T = 1709 \text{ Nm}$

(Stål)

$M_s = (1 - 0,631) T = 0,369 T$

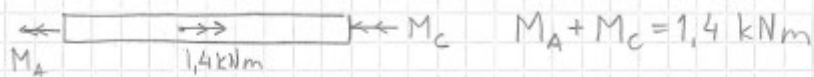
$50 = \frac{0,369 T \cdot 16 \cdot 68}{\pi (68^4 - 65^4)} \Rightarrow T = 1381 \text{ Nm}$ Dimensionerande

$\theta_{\text{AB}} = \theta_{\text{al}} = \left(\frac{1381 \cdot 10^3 \cdot 0,631 \cdot 2400 \cdot 32}{\pi \cdot 65^4 \cdot 26 \cdot 10^3} \right) \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{2,63^\circ}}$

Sökt: M_A , M_C , τ_{AB} , τ_{BC}

Givet: AB: $d_y = 50 \text{ mm}$ $d_i = 25 \text{ mm}$ $L_{AB} = 200 \text{ mm}$

BC: $d = 38 \text{ mm}$ $L_{BC} = 250 \text{ mm}$



$\theta_{AB} = \theta_{CD}$ ty trissan är stel

$$\varphi = \frac{M \cdot L}{G \cdot I_r}$$

$$\frac{M_A \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 32}{\pi (50^4 - 25^4) \cdot G} = \frac{(1,4 - M_A) \cdot 10^6 \cdot 250 \cdot 32}{\pi \cdot 38^4 \cdot G}$$

$$M_A \cdot \frac{200}{50^4 - 25^4} = (1,4 - M_A) \cdot \frac{250}{38^4}$$

$$M_A \left(\frac{200}{50^4 - 25^4} + \frac{250}{38^4} \right) = 1,4 \cdot \frac{250}{38^4} \Rightarrow \underline{M_A = 1,09 \text{ kNm}}$$

$$\underline{M_C = 1,4 - 1,09 = 0,310 \text{ kNm}}$$

$$\tau_{AB} = \frac{1,09 \cdot 10^6 \cdot 16 \cdot 50}{(50^4 - 25^4) \cdot \pi} = \underline{47,4 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{BC} = \frac{0,310 \cdot 10^6 \cdot 16}{38^3 \cdot \pi} = \underline{28,8 \text{ MPa}}$$

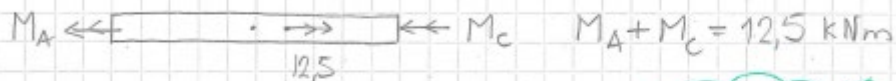
5.19

Vridning

Sökt: M_A , M_C , τ_{AB} , τ_{BC} Givet: $T = 12,5 \text{ kNm}$

$$G_s = 77 \text{ GPa} = 77 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$G_m = 39 \text{ GPa} = 39 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$



$$M_A \leftarrow \text{---} \cdot \text{---} \rightarrow \text{---} \leftarrow M_C \quad M_A + M_C = 12,5 \text{ kNm}$$

$$\theta_{AB} = \theta_{BC}$$

$$\frac{M_A \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 32}{\pi \cdot 125^4 \cdot 77 \cdot 10^3} = \frac{M_C \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 32}{\pi \cdot 75^4 \cdot 39 \cdot 10^3}$$

$$M_A \cdot \frac{300}{125^4 \cdot 77} = (12,5 - M_A) \cdot \frac{200}{75^4 \cdot 39}$$

$$M_A \left(\frac{300}{125^4 \cdot 77} + \frac{200}{75^4 \cdot 39} \right) = \frac{12,5 \cdot 200}{75^4 \cdot 39} \Rightarrow \underline{M_A = 11,380 \text{ kNm}}$$

$$\tau_{AB} = \frac{11380 \cdot 10^3 \cdot 16}{125^3 \cdot \pi} = \underline{29,7 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{BC} = \frac{1120 \cdot 10^3 \cdot 16}{75^3 \cdot \pi} = \underline{13,5 \text{ MPa}}$$

$$\varphi = \frac{M \cdot L}{I_p \cdot G} \quad \text{KB s.25}$$


$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{KB s.26}$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

Sökt: τ_{CD} , τ_{BA}

$\theta_B = \theta_{AB} = \theta_{CD}$ (1)

$\varphi = \frac{M_v L}{I_v G}$ KB s.25
 $\tau = \frac{M_v}{W_v}$

 $M_{AB} + M_{CD} = 2 \text{ kNm}$

(1) $\Rightarrow \frac{M_{AB} \cdot 300 \cdot 32}{\pi \cdot 40^4 \cdot 77 \cdot 10^3} = \frac{M_{CD} \cdot 200 \cdot 32}{\pi (80^4 - 68^4) \cdot 38 \cdot 10^3}$

$M_{AB} \cdot \frac{300}{40^4 \cdot 77} = (2 - M_{AB}) \cdot \frac{200}{(80^4 - 68^4) \cdot 38}$

$M_{AB} = 0,300 \text{ kNm}$ $M_{CD} = 1,7 \text{ kNm}$

$\tau_{AB} = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 16}{40^3 \cdot \pi} = \underline{23,9 \text{ MPa}}$

$\tau_{CD} = \frac{1700 \cdot 10^3 \cdot 16 \cdot 80}{(80^4 - 68^4) \cdot \pi} = \underline{35,4 \text{ MPa}}$

5.21

Vridning

Sökt: P samt τ_{\max}

Givet: $n = 180 \text{ rpm}$ $\theta = 3^\circ$ $G = 77 \text{ GPa}$

Bestäm M

$$M = \frac{\varphi G I_v}{L}$$

$$M = \frac{3 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 77 \cdot 10^3 \cdot (60^4 - 25^4) \pi}{5000 \cdot 32}$$

$$M = 995022 \text{ Nmm} = 995 \text{ Nm}$$

$$P = \frac{995 \cdot 180}{9550} = \underline{\underline{18,7 \text{ kW}}}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_v}{W_v} = \frac{995 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 16}{(60^4 - 25^4) \cdot \pi} = \underline{\underline{24,2 \text{ MPa}}}$$

$P = \frac{Mn}{9550} \text{ kW}$ KB s.23

$\varphi = \frac{M \cdot L}{G I_v}$ KB s.25

$\tau = \frac{M_v}{W_v}$ KB s.25

$I_v \neq W_v$ KB s.26

EduME – Education and Mechanical Engineering ©

5.22

Vridning

Sökt: $M_A = M_B$

$$\theta = \frac{MvL}{IvG} \quad \text{s.25}$$

Fridläggning



$$\left. \begin{aligned} \leftarrow M_A + f \cdot 0,1 - 500 &= 0 \\ \leftarrow M_B - f \cdot 0,05 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} M_A &= 500 - 2M_B \\ \text{statiskt obesb.} \end{aligned}$$

Geometriskt villkor

$$\theta_F = \theta_E \frac{100}{50} = \theta_E \cdot 2.$$

$$\frac{M_B \cdot 0,75}{IvG} = \frac{(500 - 2M_B) \cdot 1,5}{IvG} \cdot 2$$

$$0,75M_B = 1500 - 6M_B \quad \Rightarrow \quad M_B = \frac{1500}{6,75} = 222 \text{ Nm}$$

$$M_A = 500 - 2 \cdot 222 = 56 \text{ Nm}$$