

HÅLLFASTHETSLÄRA ÖVNINGSUPPGIFTER

Datum: 2022-09-24

Detta häfte är ett levande dokument. Jag fyller på med uppgifter, gör förbättringar och rättar de slarvfel som är svåra att undvika när man utvecklar material.

Det finns inskannade lösningar till samtliga tal i ett separat dokument som finns att ladda ner på hemsidan.

På YouTube kanalen, "EduME:s Övningsuppgifter i hållfasthetslära", finns inspelade lösningsförslag till många av uppgifterna. Uppgifterna finns även på spellistor med introducerande teori på olika avsnitt.

Det är fritt fram att använda detta material för dig som undervisar, men materialet ersätter inte en bra handledning av elever/studenter.

Häftet får inte editeras eller omarbetas.

Dela med dig av kanalen till dina studenter och/eller bädda in lämpliga videos på din lärplattform.

Jag använder mig att Karl Björks "Formler och Tabeller för Mekanisk konstruktion" när jag löser uppgifterna. Denna finns att beställa på [bjorksforlag.se](https://www.bjorksforlag.se)

En komplett översikt av kanalen och materialet finns på [edume.nu](https://www.edume.nu)



<https://www.youtube.com/channel/UCZWty6uAUIkab9XyHQIAu9Q>



Madeleine Hermann

EduME – Education and Mechanical Engineering

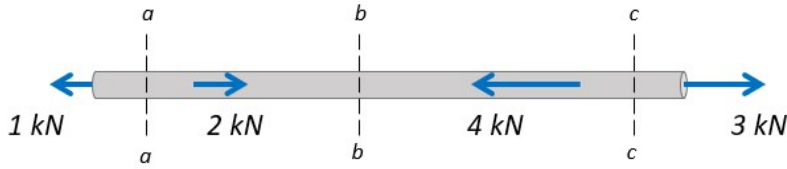
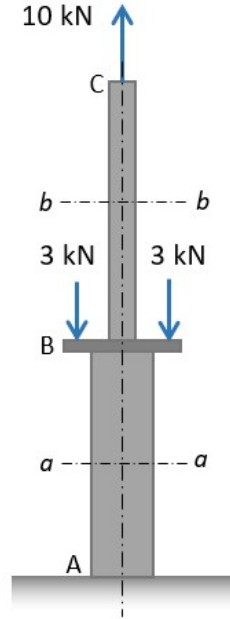
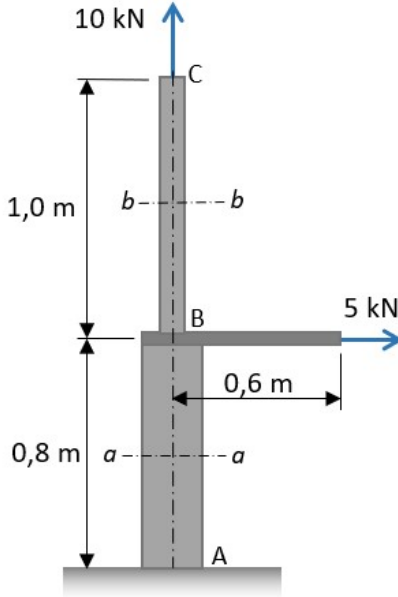
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt:
madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

Innehåll

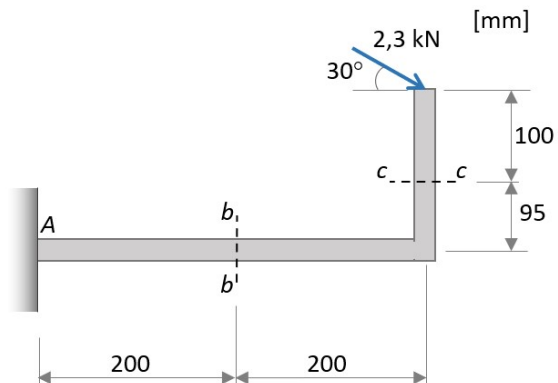
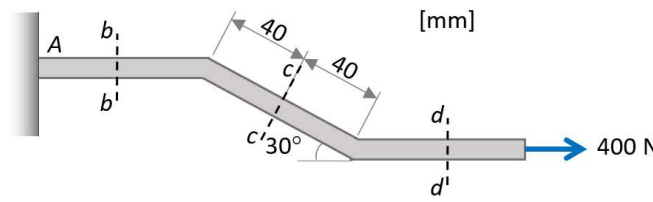
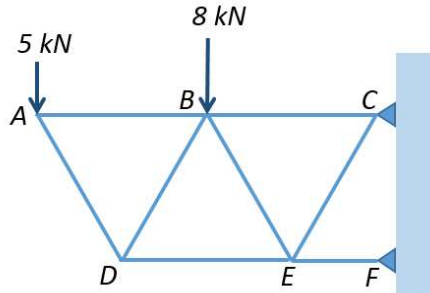
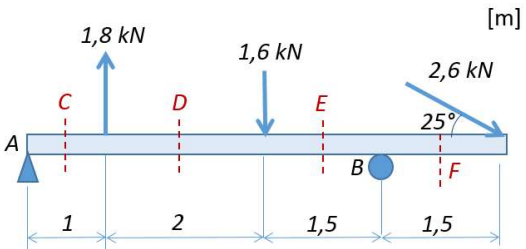
1. Inre krafter och moment.....	2
2. Axiell belastning och yttryck.....	7
3. Termiska laster	20
4. Skjuvning (medelskjuvspänning)	24
5. Vridning.....	27
6. Moment och tvärkraftsdiagram	36
7. Böjspänningar.....	40
8. Balkböjning med superposition.....	46
9. Spänningskoncentrationer	48
10. Skjuvspänning/skjuvflöde pga tvärkraft. (kommer).....	52
11. Sammansatta spänningar	53
12. Knäckning (kommer)	54

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

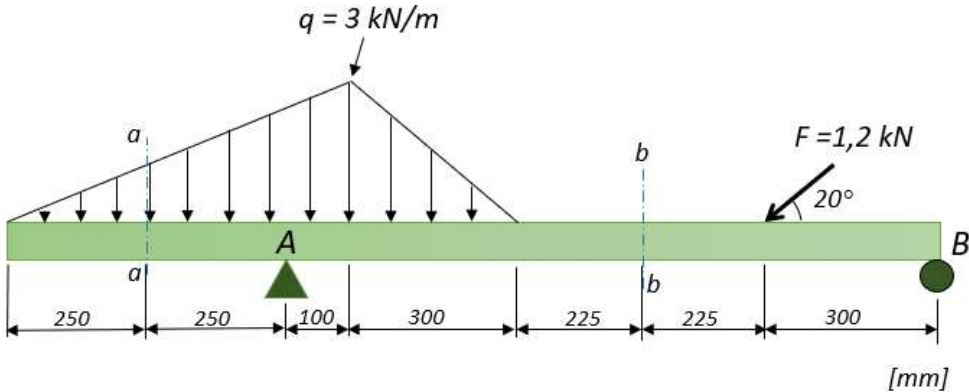
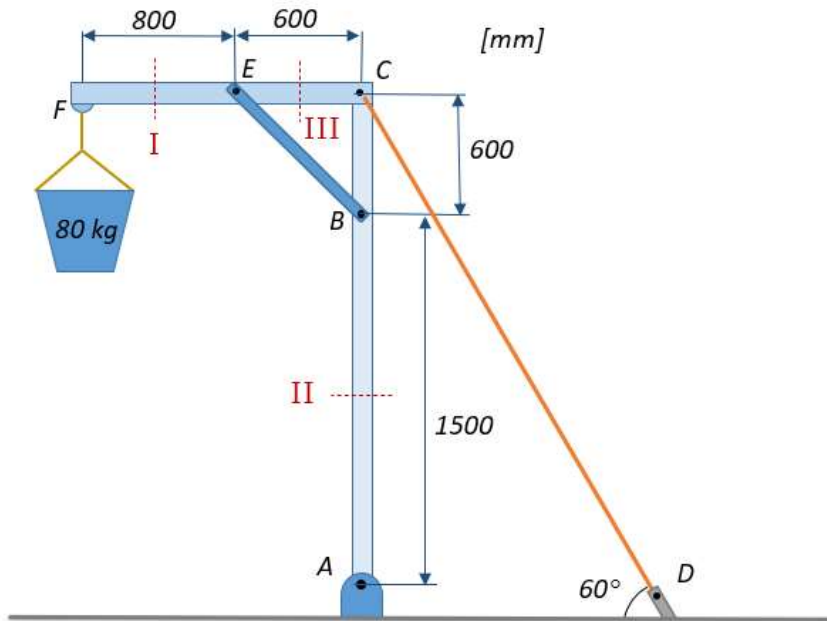
1. Inre krafter och moment

1.1	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
Bestäm de inre normalkrafterna i $a-a$, $b-b$ och $c-c$. Varför blir det inga moment och tvärkrafter i stängen?		
		
1.2	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
 Bestäm de inre normalkrafterna i $a-a$ och $b-b$. Varför blir det inga moment och tvärkrafter för denna struktur? 		
1.3	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
 Bestäm de inre krafterna och momenten i snitt $a-a$ och $b-b$. Snitten är placerade mitt på respektive stång AB och BC. 		

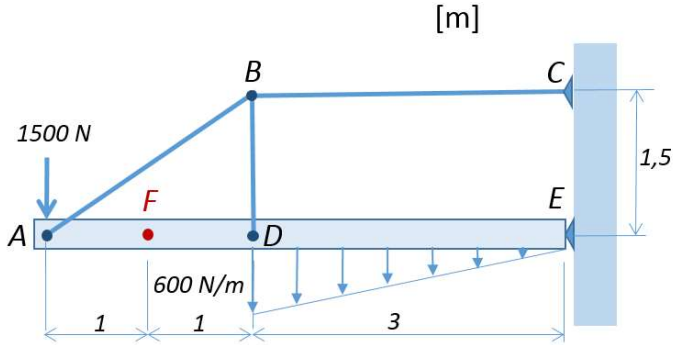
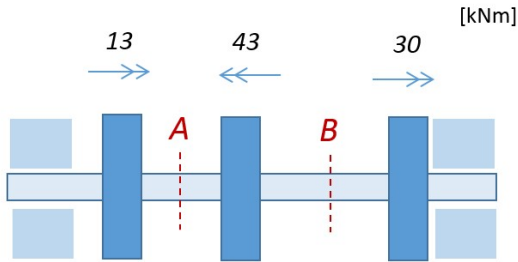
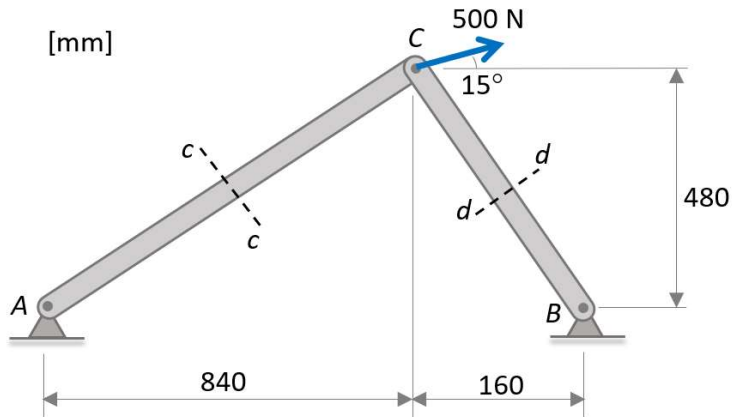
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

1.4	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
En fast inspänd och vinklad profil påverkas i sin fria ände av en kraft. Egentyngden försummas. Beräkna inre krafter och moment i de markerade snitten $b-b$ och $c-c$.		
1.5	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
En fast inspänd profil är vinklad på två ställen. Den påverkas av en dragkraft i den fria änden. Egenvikten försummas. Beräkna inre krafter och moment i de markerade snitten $b-b$, $c-c$ och $d-d$.		
1.6	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
Fackverket belastas av två krafter. Bestäm inre krafter och moment i stängerna. Samtliga stänger är 1,5 m långa förutom EF som är 0,75 m. Försumma egenvikten.		
1.7	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
Bestäm inre krafter och moment i de markerade snitten. Snitten ligger mitt emellan stöd/kraft eller kraft/kraft. Försumma egenvikten.		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

1.8	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
En balk belastas av en linjärt utbredd last där $q = 3 \text{ kN/m}$ samt en punktlast $F = 1,2 \text{ kN}$. a) Frilägg balken och bestäm stödkrafterna i A och B. b) Bestäm inre krafter och moment i snitt $a-a$ och $b-b$. Försumma balkens massa och en liten ursäkt för alla mått ... slarvfelsrisk 😊		
		
1.9	Nivå: Grund★	Inre krafter och moment
En lyftanordning används för att vinscha upp hinkar med betong. Infästningen A, B, C, D och E är ledade. C-D är en vajer. a) Bestäm stödkrafterna i A och C. b) Bestäm inre krafter och moment för snitt I och II. Snitten är placerade mitt på respektive längd (800 och 1500). Var noga med friläggning av respektive snitt. c) ★ Bestäm inre krafter och moment för snitt III, placerad mitt på längden 600. Försumma egenvikten.		
		

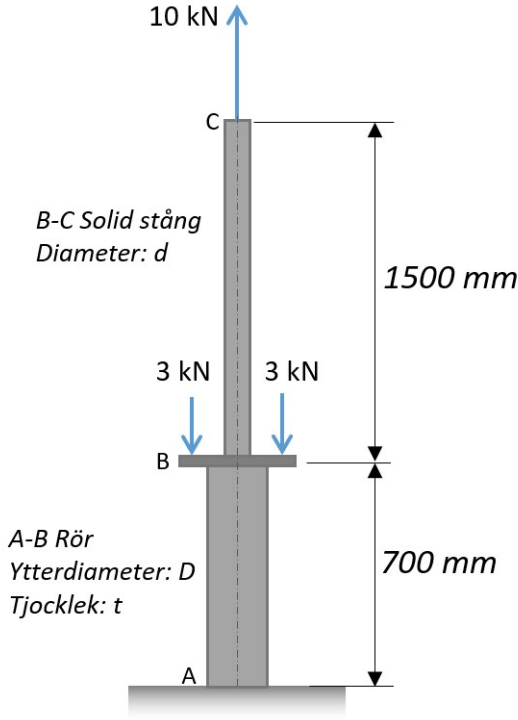
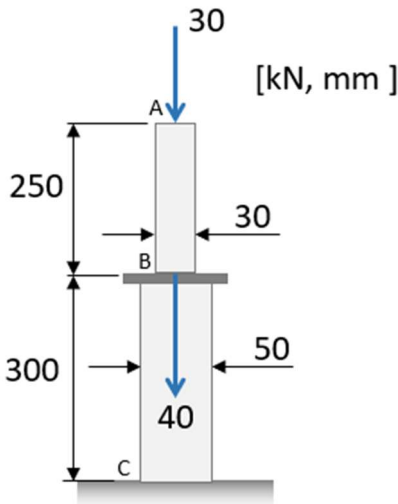
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

1.10	Nivå: Grund★	Inre krafter och moment
 Bestäm inre krafter och moment i ett snitt vid F. A, B, C, D och E är momentfria infästningar. Egenvikten kan försummas. 		
1.11	Nivå: Grund	Inre krafter och moment
Bestäm inre vridmoment i ett snitt vid A och B. Försumma egenvikt. 		
1.12	Nivå: Grund★	Inre krafter och moment
Två profiler är ledat infästa i A, B och C. Profilerna belastas i punkten C med en punktlast. Egentyngden försummas. Bestäm krafter och moment i <u>mittsnitten</u> c-c och d-d. 		

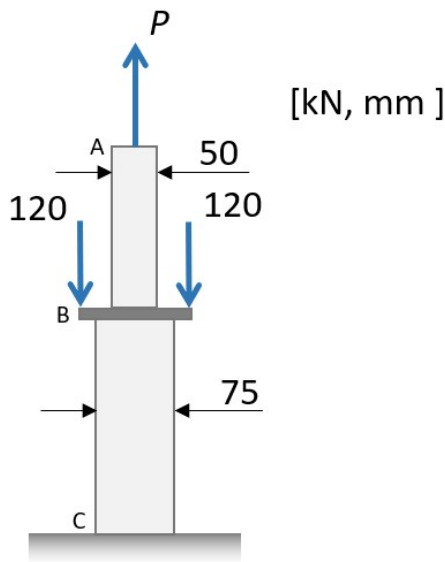
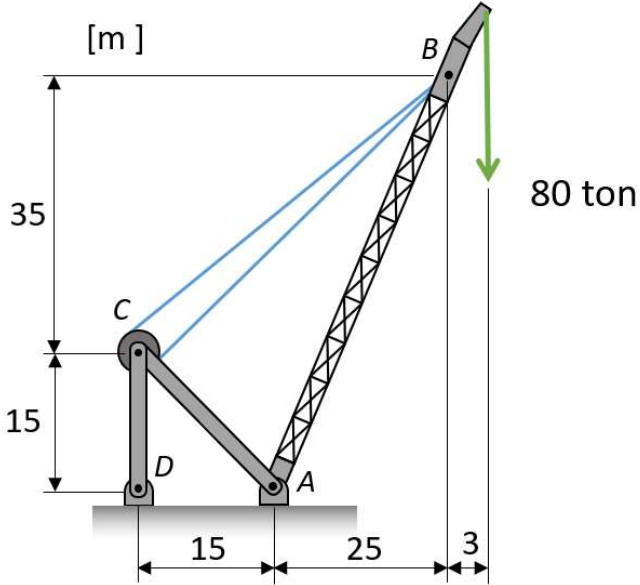
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

1.13	Nivå: Grund★	Inre krafter och moment
En vinklad profil, ACD, belastas i punkten C med en punktlast. Egentyngden försummas. Bestäm krafter och moment i <u>mittsnitten</u> c-c och d-d. [mm] 500 N 15° 480 840 160 A B c-c d-d		

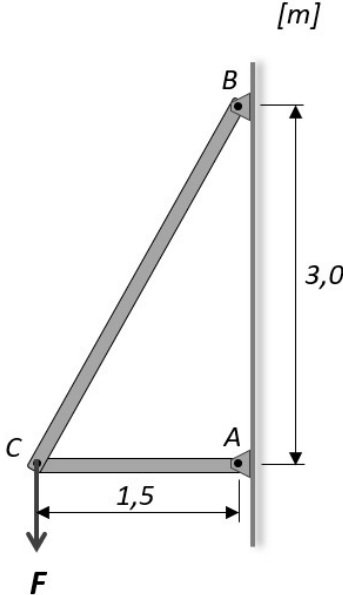
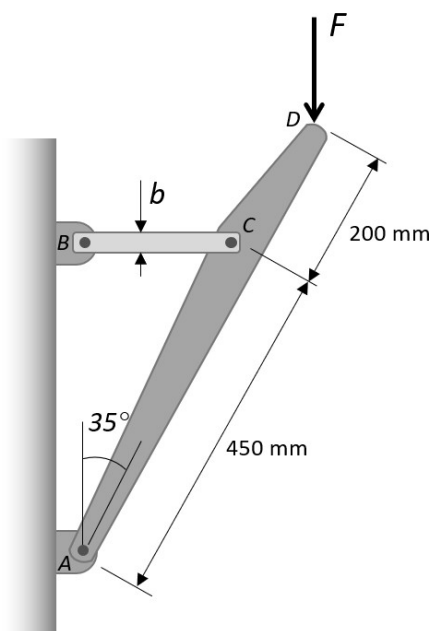
2. Axiell belastning och yttryck

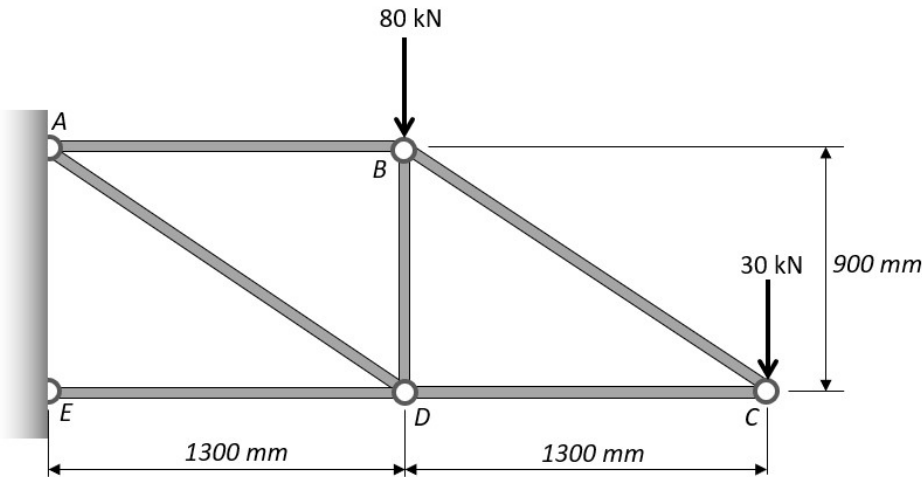
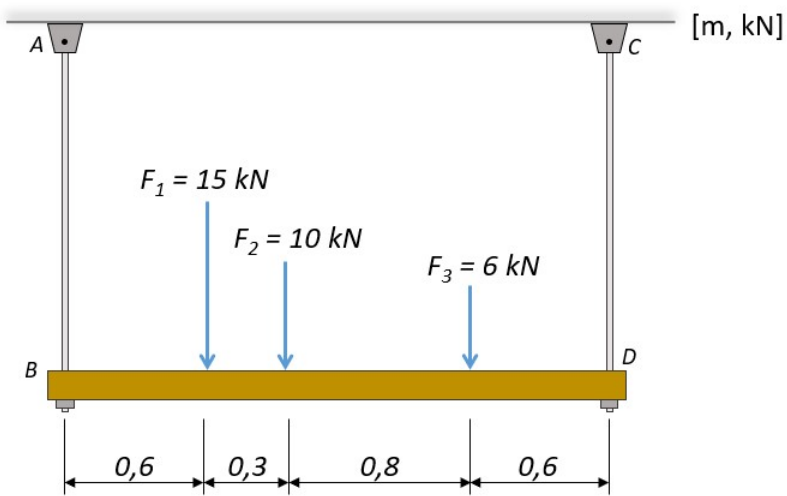
2.1	Nivå: Grund	Axiell belastning
En solid stång BC är sammanfogad med ett rör AB. Hur stora blir spänningarna i stången BC respektive röret AB? $D = 50 \text{ mm}$, $t = 2 \text{ mm}$ och $d = 12 \text{ mm}$  $B-C$ Solid stång Diameter: d $A-B$ Rör Ytterdiameter: D Tjocklek: t 10 kN 3 kN 3 kN 1500 mm 700 mm A B C		
2.2	Nivå: Grund	Axiell belastning
Två cylindriska stavar är svetsade i B. Bestäm normalspänningen i mittpunkten av varje stav. Försumma egenvikt.  30 [kN, mm] 250 30 300 50 40 A B C		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

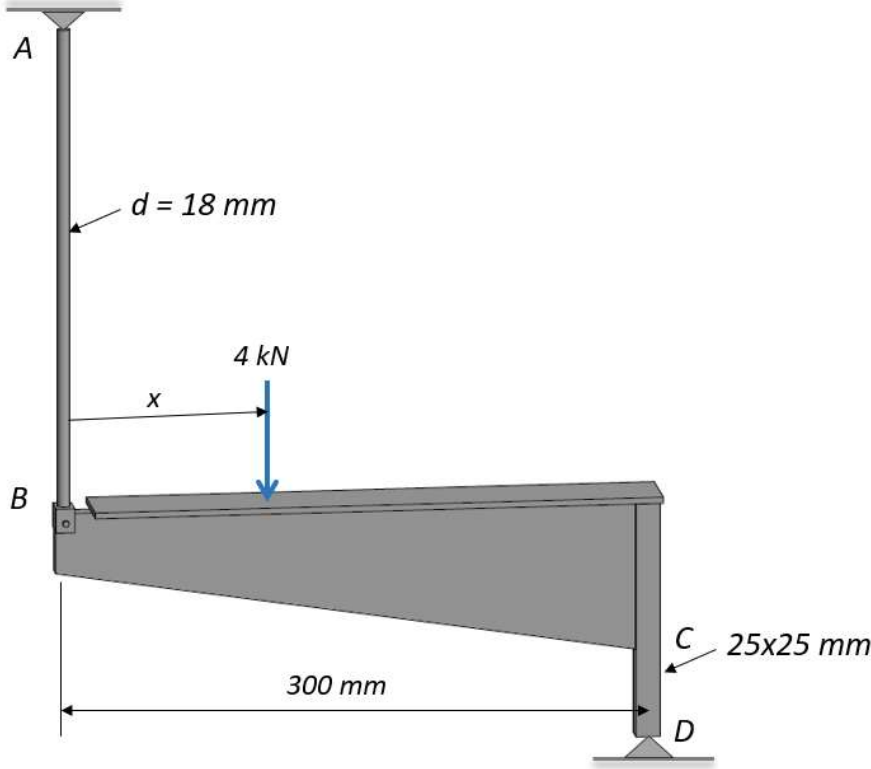
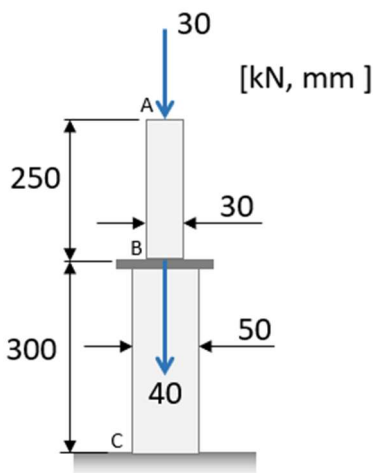
2.3	Nivå: Grund	Axiell belastning
Bestäm hur stor P måste vara för att dragspänningen i AB skall bli lika stor som tryckspänningen i BC.		
		
2.4	Nivå: Grund	Axiell belastning
I kranen i figur har länken CD ett tvärsnitt av 50x150 mm. Beräkna normalspänningen i midsnittet i denna länk.		
		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

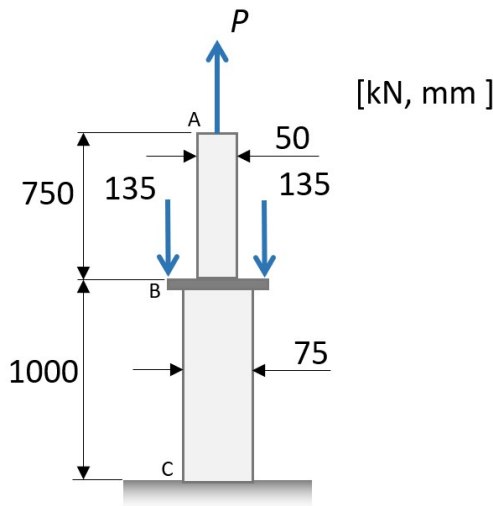
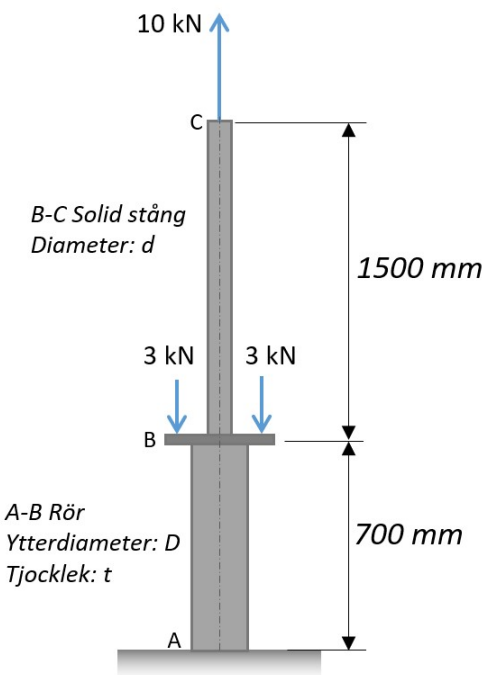
2.5	Nivå: Grund	Axiell belastning
 YouTube SE AC och BC är två plattjärn, 40x4 mm. Plattjärnen är ledat infästa i A, B och C och belastas med $F = 25$ kN. a) Hur stora blir spänningen i BC respektive AC? b) Hur stor blir säkerhetsfaktorn mot permanenta deformationen respektive brott om plattjärnen är tillverkade av S235.		
		
2.6	Nivå: Grund	Axiell belastning
 YouTube SE Länken BC är ett plattjärn med tjockleken 6 mm. <u>Hur stor måste bredden, b, vara om tillåten spänning är $\sigma_{till} = 150$ MPa?</u> Konstruktionen belastas av $F = 40$ kN.		
		

2.7	Nivå: Grund	Axiell belastning
De runda stängerna AB och BC i fackverket består av samma material. AB har en diameter av 24 mm och tål en maximal kraft av högst 55 kN. a) Bestäm vilken säkerhetsfaktor som gäller för AB. b) Bestäm diameter, d, som BC måste ha om båda stängerna skall ha samma säkerhetsfaktor (vara jämnstarka). 		
2.8	Nivå: Grund	Axiell belastning
En balk belastas av tre krafter, F_1, F_2 och F_3. Balken är upphängd i två stänger AB och CD. Stängerna kan antas vara momentfritt inspända i A, B, C och D. <u>Bestäm minsta diametern för stängerna.</u> Båda stängerna ska ha samma diameter och väljas ut ett sortiment med hela diametrar. Stängerna är av stål S275JR och det ska vara en tvåfaldig säkerhet mot permanenta deformationer. 		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

2.9	Nivå: Grund ★	Axiell belastning
En balk belastas med en punktlast på 4 kN. Denna belastning ger drag i stängen AB och tryck i pelaren CD. Bestäm avståndet x så att tryckspänningen i pelaren bli lika stor som dragspänningen i stängen. Bestäm även hur stor denna spänning blir.		
		
2.10	Nivå: Grund	Axiell belastning
Två cylindriska solida stavar är sammanfogade vid B. AB är gjord av stål ($E=200$ GPa) och BC av mässing ($E=105$ GPa). Bestäm den totala deformationen av stavpaketet ABC samt förskjutningen av punkten B.		
		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

2.11	Nivå: Grund	Axiell belastning
Två cylindriska stavar är hopsatta vid B och lastade enligt figur. AB är gjord av stål ($E=200$ GPa) och BC av mässing ($E=105$ GPa). Bestäm den last P för vilken den totala deformationen ABC är lika med noll samt förskjutningen av punkt B under denna last.		
 [kN, mm]		
2.12	Nivå: Grund	Axiell belastning
En solid stång och ett rör är sammanfogade i B med en stel platta. a) Hur mycket förändras längden av A-C? b) Hur mycket och i vilken riktning förflyttas punkten B? Materialet är aluminium $E = 70$ GPa. $D = 50$ mm, $t = 2$ mm och $d = 12$ mm		
		

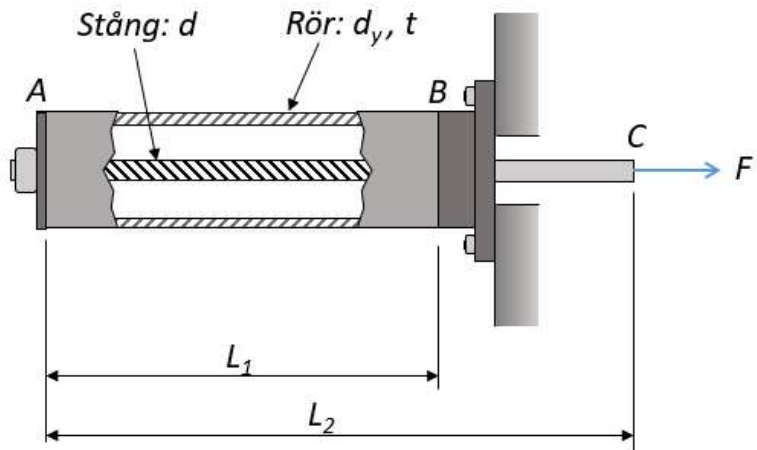
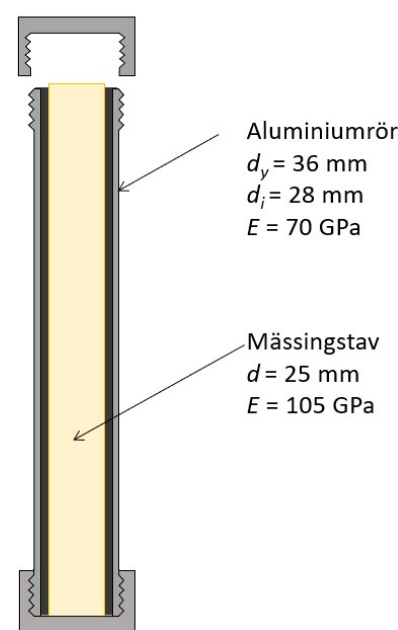
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

2.13	Nivå: Grund	Axiell belastning																								
Man ska välja material och tvärsnitt till en 2 meters stång som utsätts för kraften 10 kN. Stången är solid och har ett cirkulärt tvärsnitt. Man önskar en lätt konstruktion och vill även veta hur mycket stången förlängs vid belastning.																										
<table><tr><th>Material</th><th>Tillåten spänning</th></tr><tr><td>Stål</td><td>180 MPa</td></tr><tr><td>Aluminiumlegering</td><td>65 MPa</td></tr><tr><td>Kopparlegering</td><td>95 MPa</td></tr></table>			Material	Tillåten spänning	Stål	180 MPa	Aluminiumlegering	65 MPa	Kopparlegering	95 MPa																
Material	Tillåten spänning																									
Stål	180 MPa																									
Aluminiumlegering	65 MPa																									
Kopparlegering	95 MPa																									
Fyll i följande tabell. Elasticitetsmodul och densitet finns i Karl Björks formelsamling.																										
<table><tr><th>Material</th><th>$d_{\min}$ [mm]</th><th>Densitet [kg/m³]</th><th>Vikt per meter [kg/m]</th><th>E-modul [GPa]</th><th>δ [mm]</th></tr><tr><td>Stål</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Al - legering</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Cu - legering</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>			Material	$d_{\min}$ [mm]	Densitet [kg/m ³]	Vikt per meter [kg/m]	E-modul [GPa]	δ [mm]	Stål						Al - legering						Cu - legering					
Material	$d_{\min}$ [mm]	Densitet [kg/m ³]	Vikt per meter [kg/m]	E-modul [GPa]	δ [mm]																					
Stål																										
Al - legering																										
Cu - legering																										
Vilket material är starkast i förhållande till sin vikt?																										

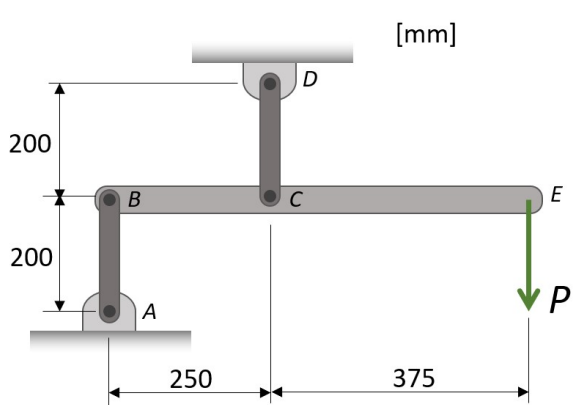
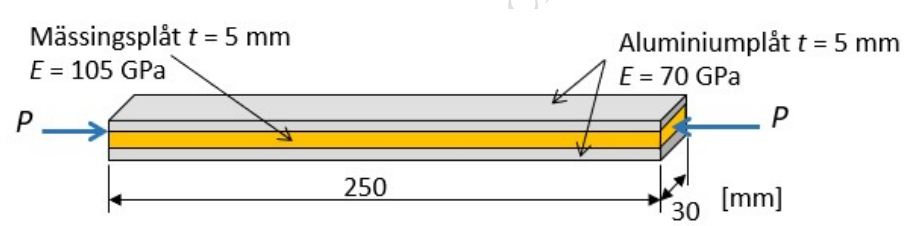
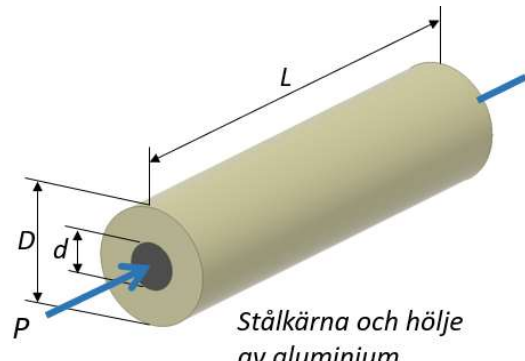
2.14	Nivå: Grund	Axiell belastning
En 60 meter lång wire får inte töjas ut mer än 48 mm när den utsätts för en last av 6 kN. E-modulen för materialet är 200 GPa. Bestäm den minsta diametern som man kan välja för wiren samt den normalspänning som uppträder i wiren.		

2.15	Nivå: Grund	Axiell belastning
En nylontråd utsätts för kraft, $F = 10$ N. E-modulen för materialet är $E = 2,8$ GPa och den tillåtna normalspänningen i materialet är $\sigma_{till} = 40$ MPa. Bestäm den diameter, d, som tråden måste ha samt hur många procent tråden töjer sig under lasten. Tråden går att få med diameter: 0,2 ; 0,3 ; 0,4 1,0 mm		

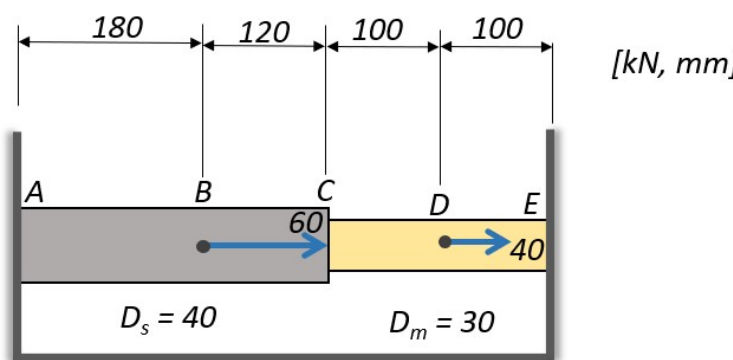
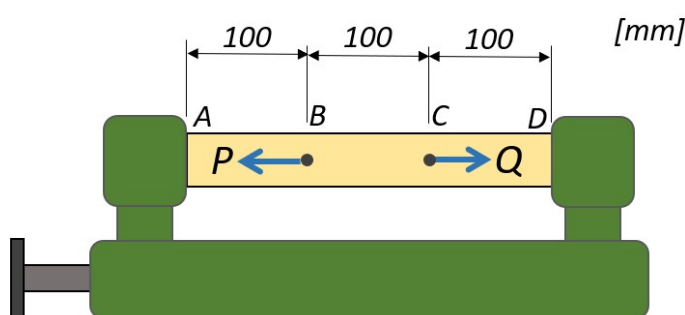
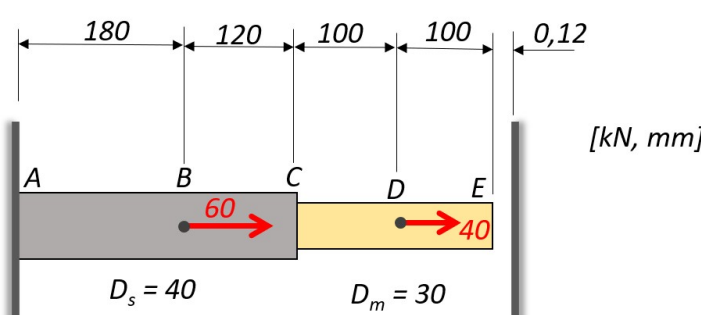
2.16	Nivå: Grund	Axiell belastning
En nylontråd utsätts för en kraft, $F=11$ N. E-modulen för materialet är $E=3,1$ GPa, den tillåtna normalspänningen i materialet är $\sigma_{till} = 40$ MPa och tråden får inte töja sig mer än 1% under lasten. Bestäm den diameter som tråden minst måste ha.		

2.17	Nivå: Grund ★	Axiell belastning
Konstruktionen nedan visar ett stålrör som en aluminiumstång löper igenom. Stången är monterade mot röret genom en stel platta vid A. Röret är monterat mot väggen med den stela hållaren B. Stången belastas med en kraft $F = 40 \text{ kN}$ i C. Bestäm punkten C:s lägesförändring. Röret har ytterdiametern $d_y = 60 \text{ mm}$, godstjockleken $t = 2 \text{ mm}$ och längden $L_1 = 600 \text{ mm}$. Stången har diametern $d = 20 \text{ mm}$ och längden $L_2 = 800 \text{ mm}$. 		
2.18	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
En solid mässingsstav med längden 250 mm ligger i ett aluminiumrör. Staven är något längre än röret då ändförskrivningen (locket) skruvas på. Det observeras att man skruva ett kvarts varv på locket innan det bottnar mot röret. Gängans stigning är 1,5 mm. <u>Bestäm normalspänningen i stången och i röret i detta läge samt hur stor deformation de båda komponenterna utsätts för.</u> • Stigning innebär den sträcka skruven förflyttar sig vid ett varvs åtdragning. • Anta att locket är stelt och inte deformeras. 		

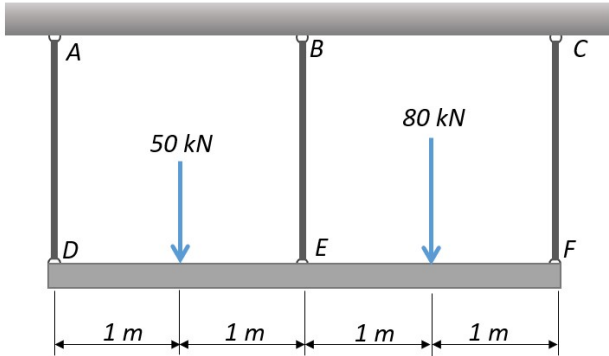
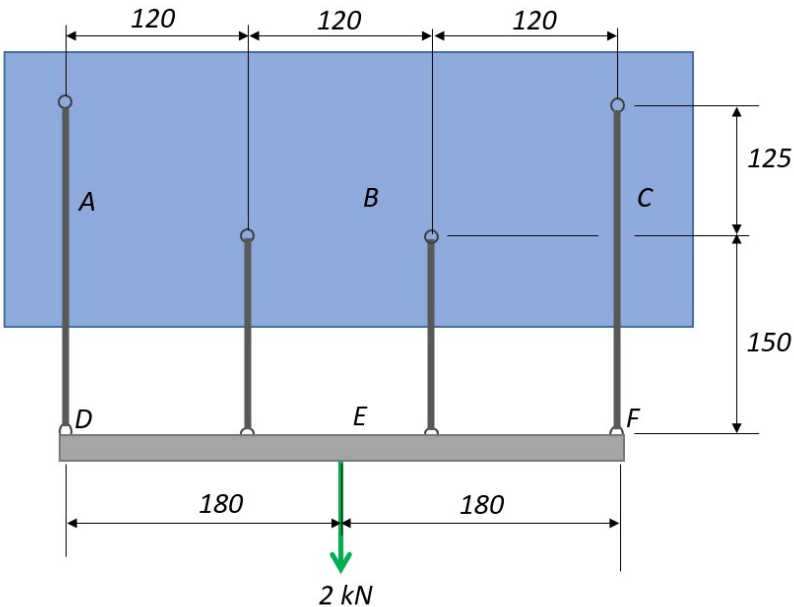
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

2.19	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
Länkarna AB och CD är gjorda av stål och har rektangulära tvärsnittet 6x25 mm. <u>Bestäm den största last P som kan hängas i punkten E om inte E får förskjutas mer än 0,25 mm.</u> Länkarmen BE kan antas vara stel (ev. böjning försummas) $E=200$ GPa 		
2.20	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
En rektangulär stång består tre sammanfogade plattor med vardera tjockleken 5 mm. Två plattor är i aluminium och en i mässing. Stången utsätts nu för en centrerad tryckkraft, $P=30$ kN. Bestäm normalspänningen i de båda materialen. 		
2.21	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
En kompositstång utsätts för en centrisk tryckkraft av $P = 180$ kN. <u>Bestäm normalspänningen i de båda delarna samt stångens totala deformation.</u> Aluminium: $E_{al} = 70$ GPa Stål: $E_s = 200$ GPa  Stålkärna och hölje av aluminium.		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

2.22	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
Två cylindriska stänger är fixerad mellan två väggar. Stängerna utsätts nu för laster enligt figuren. <u>Bestäm reaktionskrafterna vid A och E samt förskjutningen av punkten C.</u> Stängerna är fast monterade i C samt mot väggen i A och E. Stål: $E_s = 200 \text{ GPa}$ Mässing: $E_m = 105 \text{ GPa}$		
		
2.23	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
Ett mässingsrör med $d_y = 32 \text{ mm}$ och $d_i = 26 \text{ mm}$ samt $E = 103 \text{ GPa}$ är inpassat i ett skruvstöd. Två krafter $P = 190 \text{ kN}$ och $Q = 160 \text{ kN}$ anbringas centriskt i röret. <u>Bestäm reaktionskrafterna som uppstår vid A och D samt deformationen av delen BC av röret.</u>		
		
2.24	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
Två cylindriska stavar är fast monterade i C. AC är gjord av stål och CE av mässing. Anordningen sitter fast i A och det finns ett glapp mellan E och den fasta väggen till höger. Krafter anbringas vid enligt figuren. <u>Bestäm reaktionskrafterna i A och E samt förskjutningen av punkten C.</u> Stål: $E_s = 200 \text{ GPa}$; Mässing: $E_m = 105 \text{ GPa}$		
		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

2.25	Nivå: Grund ★★	Axiell belastning
En stel balk är upphängd i tre identiska stänger AD, BE och CF. Balken belastas enligt figuren. Bestäm spänningen i stängerna. Försumma balkens egenvikt. Stålstängerna har diametern 18 mm och längden 2,2 m. 		
2.26	Nivå: Grund ★★	Yttryck
En stel stång är upphängd i en platta enligt figur. Linorna som är fästa i A och D är av aluminium och har diameter, $d_{al}=2,5$ mm. Linorna som är fästa i B och C är av stål och har diameter, $d_s=2$ mm. <u>Beräkna vilka krafter som uppstår i linorna då lasten 2 kN appliceras samt hur mycket linorna kommer att förlängas.</u> Stångens egenvikt är mycket mindre än pålagd kraft. Stål: $E_s=200$ GPa Aluminium: $E_{al}=70$ GPa 		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

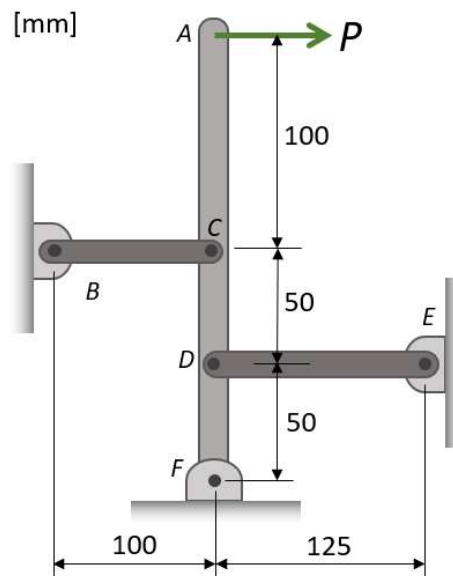
2.27

Nivå: Grund ★★

Yttryck

Länkarna BC och DE är gjorda av stål ($E=200$ GPa) och har tvärsnittet 12×6 mm. Bestäm den kraft som uppstår i vardera länken då $P=2,5$ kN samt den förskjutning som punkten A utsätts för.

Länken AF är stel.



2.28

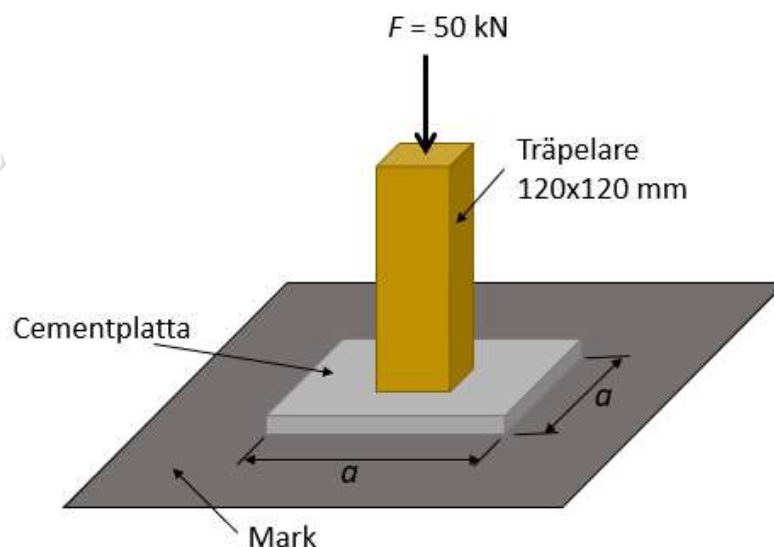
Nivå: Grund

Yttryck

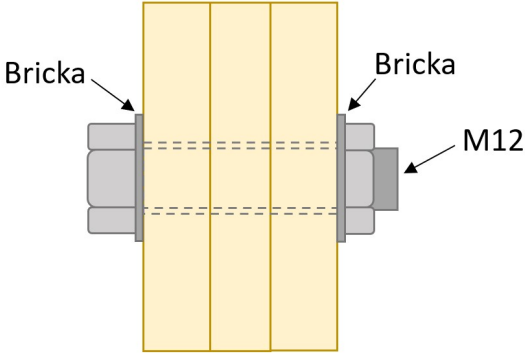


En träpelare (120×120 mm) ska användas för att stötta upp en byggnadskonstruktion temporärt. För att träpelaren inte ska sjunka ner i marken så använder man en cementplatta för att fördela ut kraften. Man uppskattar att maxkraften blir 50 kN.

- Bestäm trycket som pelaren ger på cementplattan.
- Hur stor cementplatta behövs om yttrycket på marken får uppgå till 150 kPa.

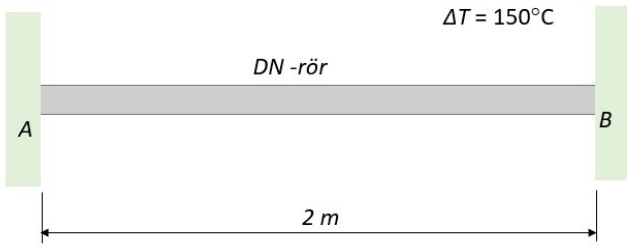
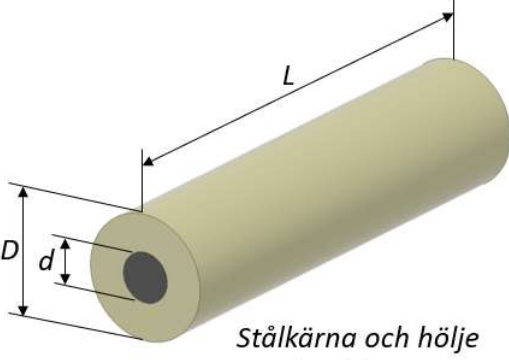


Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

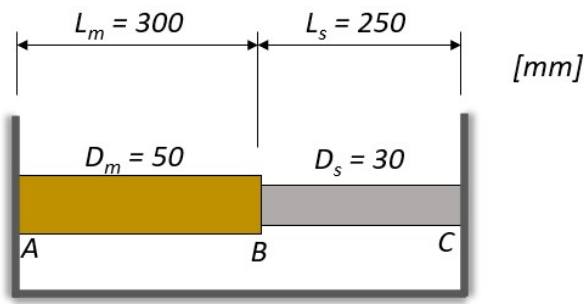
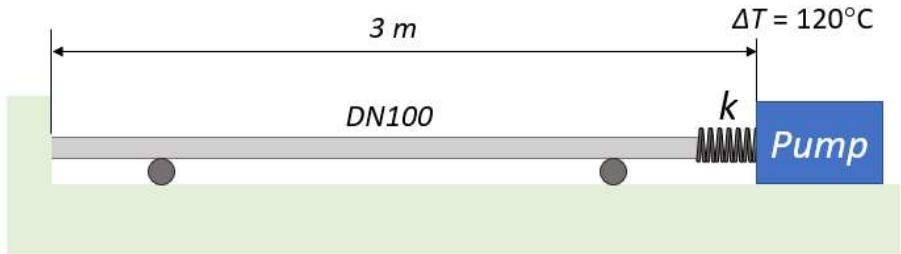
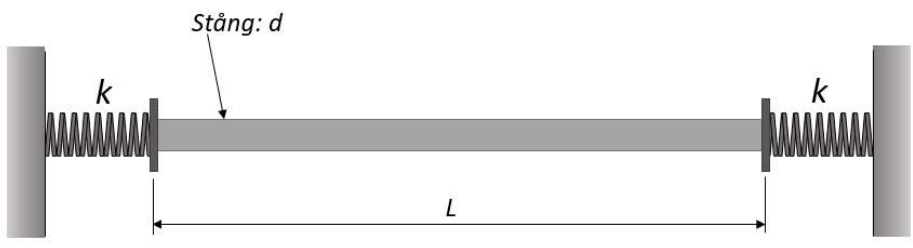
2.29	Nivå: Grund	Yttryck
Tre plankor är sammanfogade med M12 skruvar. Innerst mot plankorna sitter två brickor. Brickorna har en innerdiameter $d_i=15$ mm och yterdiameter $d_y=30$ mm. Yttrycket mellan bricka och trä får inte överskrida 5 MPa. <u>Bestäm den högsta tillåtna normalspänningen i skruven, M12.</u> M12 har en diameter på 12 mm.		
		
2.30	Nivå: Grund	Yttryck
Visa hur sambandet $\delta = \frac{FL}{AE}$ erhålls. Sambandet beskriver hur mycket en axiellt belastad stång förlängs. Stången har tvärsnittsarean, A, och längden, L, samt är av material med elasticitetsmodulen, E.		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

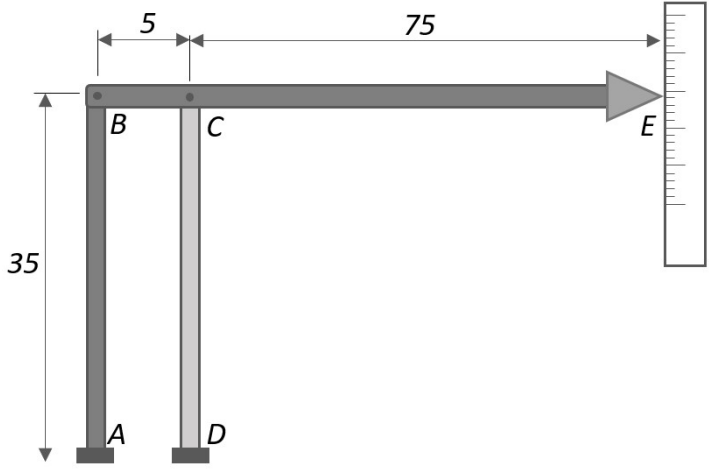
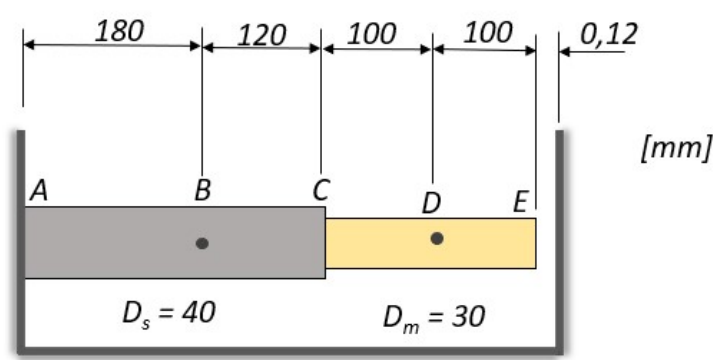
3. Termiska laster

3.1	Nivå: Grund ★	Termiska laster																				
I ledningar använder man ofta stålrör med beteckningarna DN. Om det flödar t.ex. varmt vatten i rören så expanderar dessa rör. Två meters röret nedan är fast inspänd i båda ändarna och utsätts för en temperaturhöjning på $\Delta T = 150^\circ\text{C}$. <u>Bestäm spänningen och reaktionskrafterna vid A och B för rördimensionerna i tabellen. Reflektera över resultatet.</u>  <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>Rör</th> <th>dy [mm]</th> <th>t [mm]</th> <th>σ [MPa]</th> <th>F [kN]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>DN 50</td> <td>60,3</td> <td>2</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>DN 125</td> <td>139,7</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>DN 300</td> <td>324,0</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Rör	dy [mm]	t [mm]	σ [MPa]	F [kN]	DN 50	60,3	2			DN 125	139,7	4			DN 300	324,0	4		
Rör	dy [mm]	t [mm]	σ [MPa]	F [kN]																		
DN 50	60,3	2																				
DN 125	139,7	4																				
DN 300	324,0	4																				
3.2	Nivå: Grund ★	Termiska laster																				
 YouTube SE Kompositstången består av en kärna av stål som är fast sammanbunden med ett hölje av aluminium. Stången är spänningsfri vid $T=20^\circ\text{C}$. Temperaturen i stången höjs nu med 180°C. a) Beräkna normalspänningarna som uppstår i aluminiumhöljet samt stålkärnan. b) Hur mycket förlängs kompositstången vid temperaturökningen. Materialdata finns i Karl Björks formelsamling men är även given här: Aluminium: $E_{al} = 70 \text{ GPa}$, $\alpha_{al} = 23,5 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ Stål: $E_s = 210 \text{ GPa}$, $\alpha_s = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ $L = 300 \text{ mm}$, $D = 60 \text{ mm}$, $d = 30 \text{ mm}$  Stålkärna och hölje av aluminium.																						

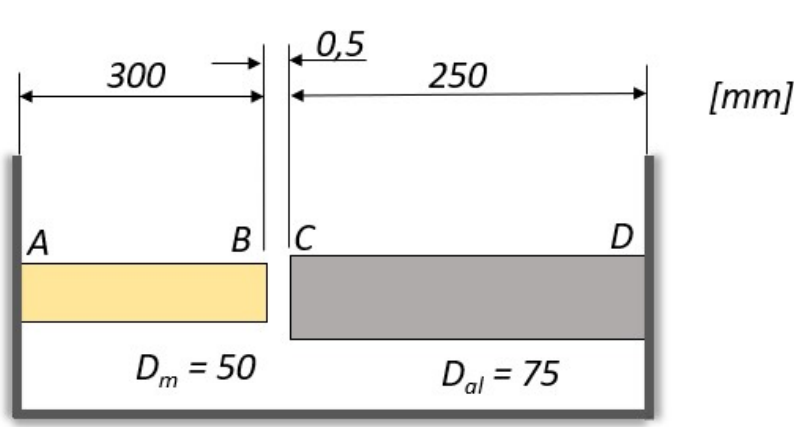
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

3.3	Nivå: Grund ★	Termiska laster
En stav är insatt med exakt passning mellan två väggar. AB är gjord av mässing och BC av stål. Stången är spänningsfri vid rumstemperatur. Temperaturen höjs med 50°C. a) Bestäm normalspänningarna i delarna AB och BC. b) Bestäm förskjutningen av punkten B.		 Mässing: $E_m = 105 \text{ GPa}$, $\alpha_m = 19,6 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ Stål: $E_s = 210 \text{ GPa}$, $\alpha_s = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$
3.4	Nivå: Grund ★	Termiska laster
En ledning måste dras kortaste vägen från en anslutning i väggen till pumpen som är fast monterad i golvet. För att minska krafterna på pumpen monterar man en flexibel metallbälga. <u>Bestäm max fjäderkonstant hos metallbälgen om kraften på pumpen inte får överskrida den tillåtna.</u> Pumpen tål en axiell belastning på: $F_{till}^{pump} = 1200 \text{ N}$. DN 100 är ett stål rör med tvärsnittsarean $A_{DN100} = 1252 \text{ mm}^2$. Om du är nyfiken på hur en metallbälga kan se ut sök på: ”metal bellow expansion joint”.		
3.5	Nivå: Grund ★★	Termiska laster
En stålstång med diametern $d = 6 \text{ mm}$ och längden $L = 1500 \text{ mm}$ spänns in mellan två fjädrar. Fjädrarna har fjäderkonstanten $k = 1500 \text{ N/mm}$. Vid temperaturen 15°C monteras stången mellan fjädrarna som då trycks ihop 4 mm per fjäder. Hur stor blir kraften i stången om temperaturen höjs till 200°C?		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

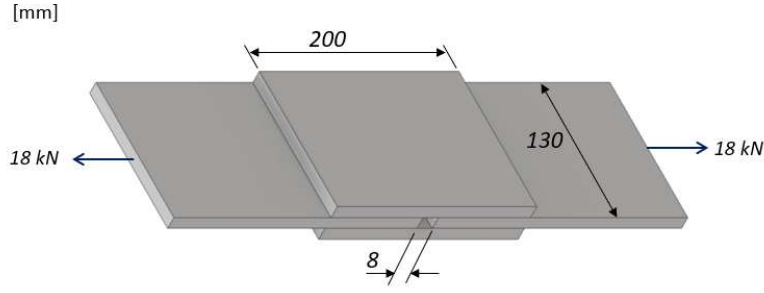
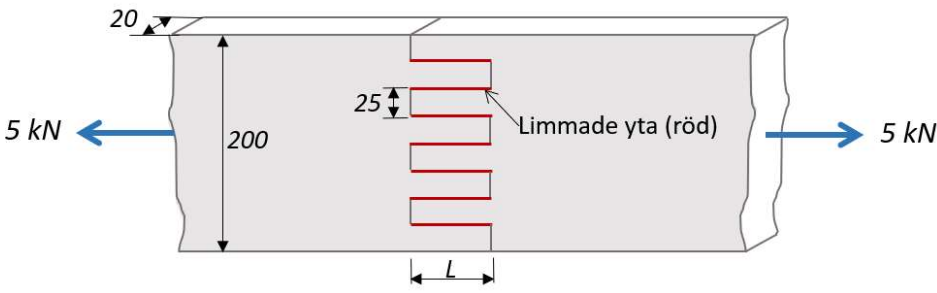
3.6	Nivå: Grund ★★	Termiska laster
Genom att använda olika metaller kan man utnyttja deras längdutvidgningskoefficienter och bygga en temperaturgivare som mäter temperaturskillnaden. AB är stål, DC är av aluminium och BE är en mycket lätt visare. Bestäm visarens lägesförändring, E, vid en temperaturhöjning på 40 grader. 		
3.7	Nivå: Grund ★★	Termiska laster
Stångpaketet utsätts för en temperaturhöjning av 80°C. Bestäm de normalspänningar som uppstår i AC och CE samt deformationen av delen AC. Mässing: $E_m = 105 \text{ GPa}$, $\alpha_m = 19,6 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ Stål: $E_s = 200 \text{ GPa}$, $\alpha_s = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ 		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

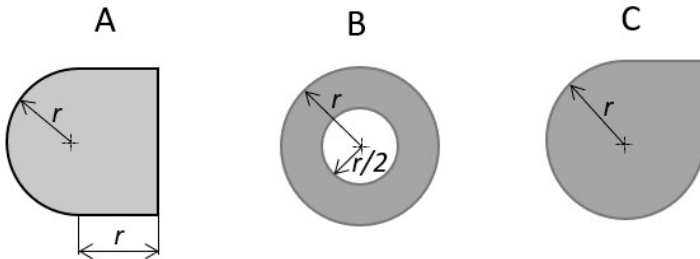
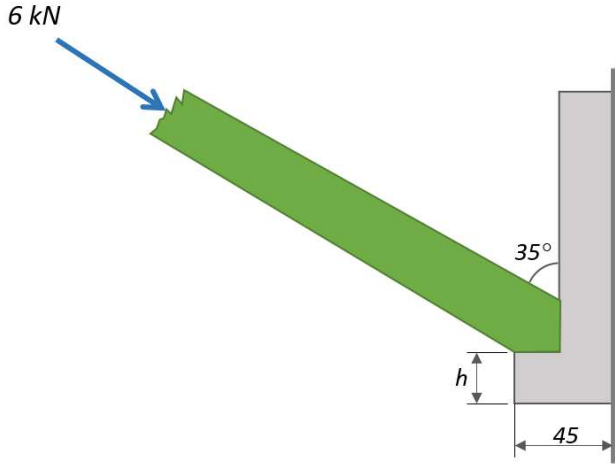
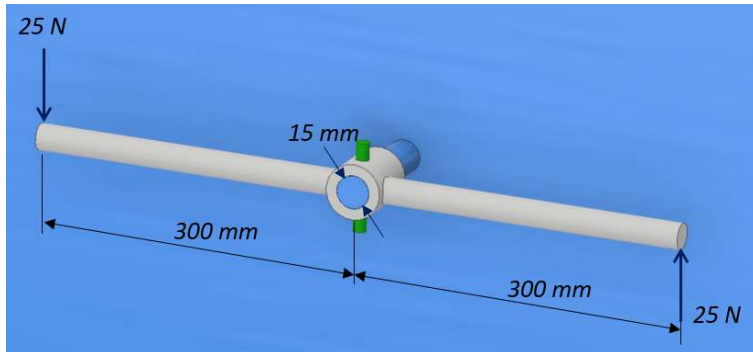
3.8	Nivå: Grund ★★★	Termiska laster
Två stavar av mässing resp. aluminium är monterade mot två fasta väggar. Vi vet att vid $T=15^\circ\text{C}$ så finns ett glapp av 0,5 mm mellan stavarna. - Bestäm den normalspänning som uppstått i stavarna då temperaturen har höjts till 85°C samt deformation av staven AB. - Bestäm vid vilken temperatur som spänningen i stången AB uppgår till -140 MPa samt den deformation som stången AB då har. Mässing: $E_m = 105\text{ GPa}$, $\alpha_m = 19,6 \cdot 10^{-6}\text{ } 1/^\circ\text{C}$ Aluminium: $E_{al} = 70\text{ GPa}$, $\alpha_{al} = 23,5 \cdot 10^{-6}\text{ } 1/^\circ\text{C}$  The diagram shows two horizontal bars, AB and CD, positioned between two vertical walls. Bar AB is on the left, with a length of 300 mm and a diameter $D_m = 50$ mm. Bar CD is on the right, with a length of 250 mm and a diameter $D_{al} = 75$ mm. At the initial temperature of 15°C, there is a gap of 0.5 mm between the right end of bar AB (point B) and the left end of bar CD (point C). The walls are represented by vertical lines on the far left and far right. The unit [mm] is indicated to the right of the diagram.		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

4. Skjuvning (medelskjuvspänning)

4.1	Nivå: Grund	Skjuvning
 Träskivorna är sammanfogade med ett limförband. Limmets skjuvbrottgränsen är $\tau_b = 2,5$ MPa. Bestäm förbandets säkerhet mot brott. 		
4.2	Nivå: Grund	Skjuvning
 Två brädor 20x200 ska limmas ihop. Man skapar en fog av rektangulära spår och lägger lim på de horisontella ytorna (röda). Bestäm hur djupa, L, spår minst måste vara om limmet har en tillåten skjuvspänning $\tau_{\text{till}} = 2$ MPa och brädorna ska belastas med 5 kN. 		
4.3	Nivå: Grund	Skjuvning
 Bestäm diametern på det största cirkulära hålet som kan stansas ut ur ett 8 mm tjock platta av polystyren. Polystyren är en plast som till exempel används i engångsartiklar och förpackningar. Stanskraften är 40 kN. Skjuvbrottspänningen för polystyren är $\tau_b = 55$ MPa		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

4.4	Nivå: Grund	Skjuvning
Formerna A, B och C ska stansas från en 2 mm:s plåt med brottgränsen $R_m = 420$ MPa. Stanskraften är 120 kN. Bestäm hur stora former som kan stansas dvs. r_{max} för A, B och C.		
		
4.5	Nivå: Grund	Skjuvning
En träregel 30x30 mm vilar på en vinkel med tjockleken 30 mm. Bestäm vinkelns höjd, h, om tillåten spänning är $\sigma_{till} = 15$ MPa. Välj en höjd från hela centimetrar.		
		
4.6	Nivå: Grund	Skjuvning
 För att vrida en axel med diametern 15 mm trär man över ett vred (grå). Vredet låses till axeln med en pinne (grön). Pinnens diameter är $d = 6$ mm. Axeln kan till exempel leda till vattenkran och vredet används för att stänga och sätta på vattnet. Bestäm skjuvspänningen i pinnen när man vrider med kraftparet 25 N.		
		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

4.7

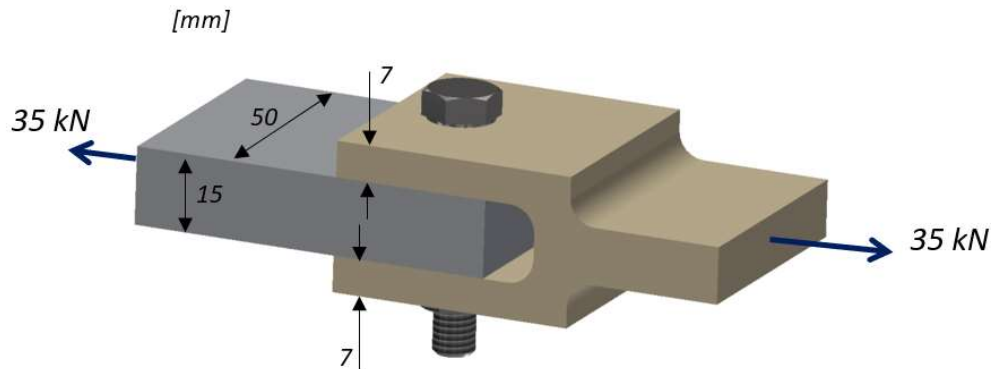
Nivå: Grund

Skjuvning



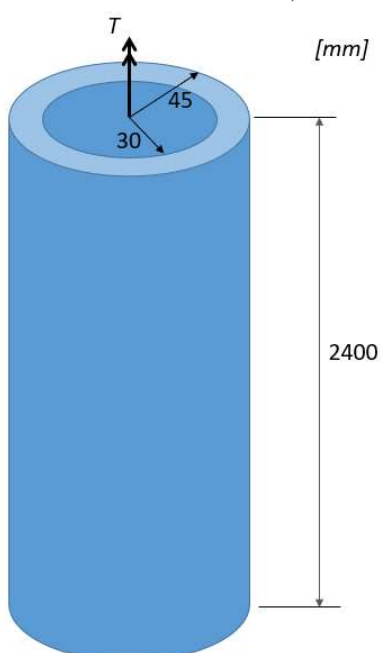
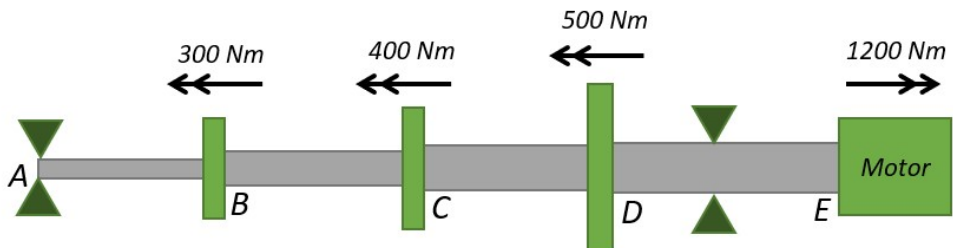
En koppling ska överföra en dragkraft på 35 kN.

- Bestäm den minsta diametern som bulten ska ha om tillåten skjuvspänning är $\tau_{till} = 180$ MPa.
- Bestäm det högsta hålkantstrycket som uppkommer i kopplingen.
- Bestäm max dragspänning i ”klon” samt i plattjärnet med tjockleken 15 mm.

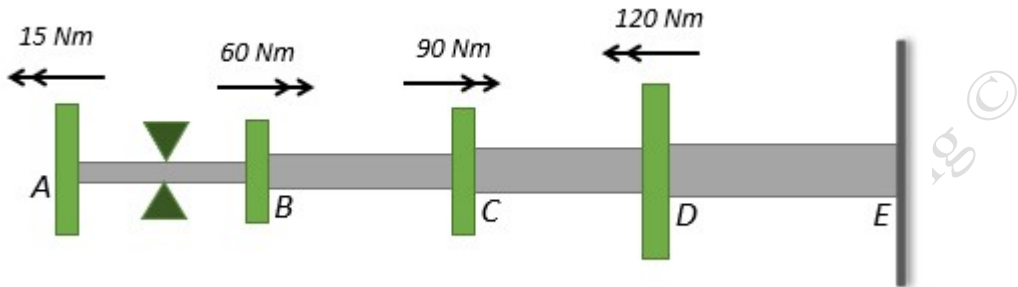
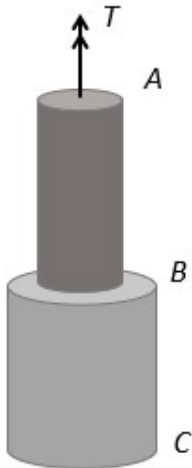
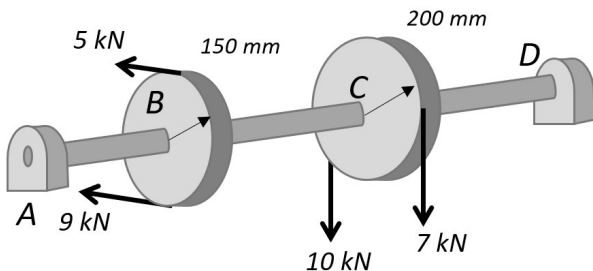


Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

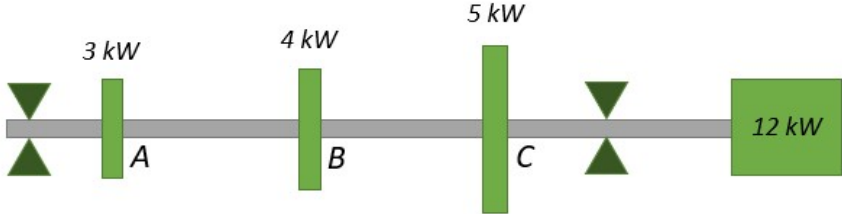
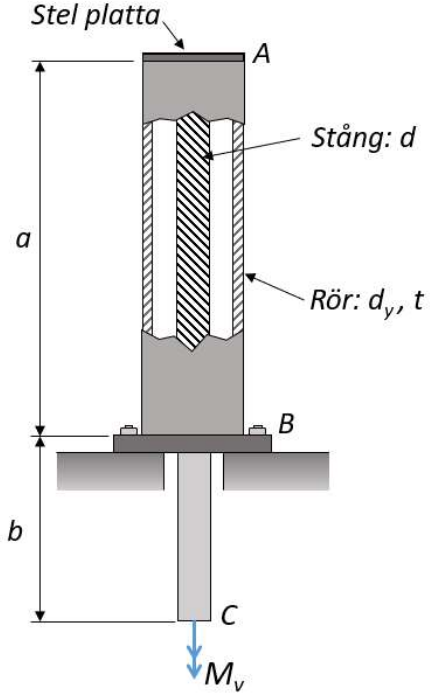
5. Vridning

5.1	Nivå: Grund	Vridning
Bestäm max vridmoment, M_v, som får belasta en solid axel med $d = 35\text{ mm}$. Materialets sträckgräns är $R_{eL} = 230\text{ MPa}$ och det ska vara en säkerhetsfaktor 3 mot bestående deformationer.		
5.2	Nivå: Grund	Vridning
Ett rör belastas av ett vridmoment, T. Max tillåten spänning är $\tau_{till} = 45\text{ MPa}$. - Bestäm max tillåtet vridmoment, T_{max}. - Bestäm spänningen som T_{max} orsakar om det belastar en solid axel med samma tvärsnittsarea som hållaxeln. (vikten av axeln är konstant)		
		
5.3	Nivå: Grund	Vridning
En elektrisk motor avsätter momentet $M_v = 1200\text{ Nm}$ på en axel. Detta moment plockas ut på tre drev. Alla axlar är solida men har olika diametrar. <u>Beräkna den maximala spänning som uppträder i axlarna BC, CD och DE.</u> $d_{AB} = 38\text{ mm}$ $d_{BC} = 44\text{ mm}$ $d_{CD} = 50\text{ mm}$ $d_{DE} = 56\text{ mm}$		
		

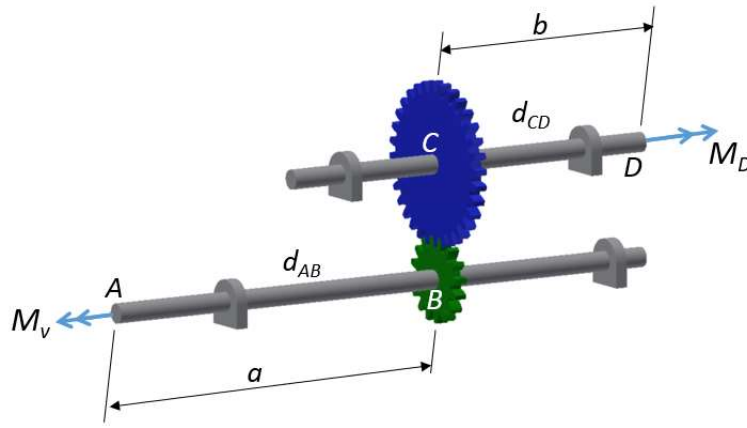
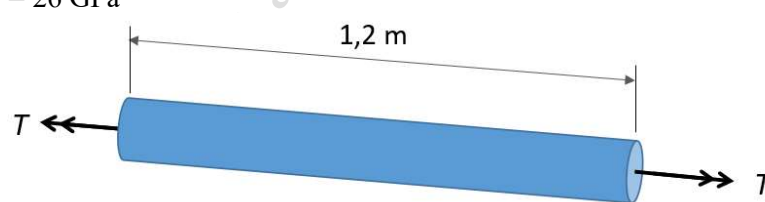
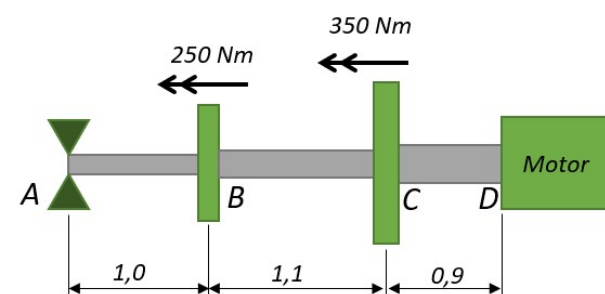
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

5.4	Nivå: Grund	Vridning
Alla axlar i figuren är solida. <u>Bestäm i vilken axel spänningen är maximal och beräkna sedan denna spänning.</u> $d_{AB} = 10 \text{ mm}$; $d_{BC} = 15 \text{ mm}$; $d_{CD} = 20 \text{ mm}$; $d_{DE} = 25 \text{ mm}$ 		
5.5	Nivå: Grund	Vridning
Axel AB har en diameter av 30 mm och tål en maximal spänning av 90 MPa. Axel BC har en diameter av 50 mm och tål en maximal spänning av 60 MPa. Bortse från spänningskoncentrationerna som blir i övergången vid B. <u>Beräkna det största moment som kan appliceras vid A.</u> 		
5.6	Nivå: Grund	Vridning
Figuren visar en remdrift med krafterna som påverkar remhjulen. Bestäm skjuvspänningen i axeln BC. Axeln har diametern 30 mm och är lagrad friktionsfritt i A och D. 		

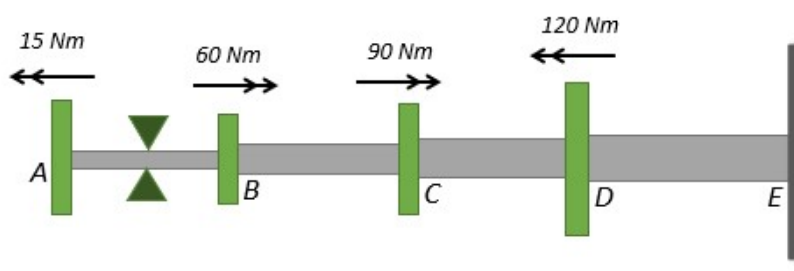
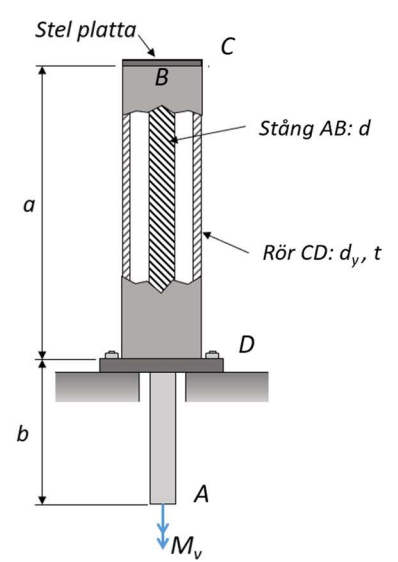
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

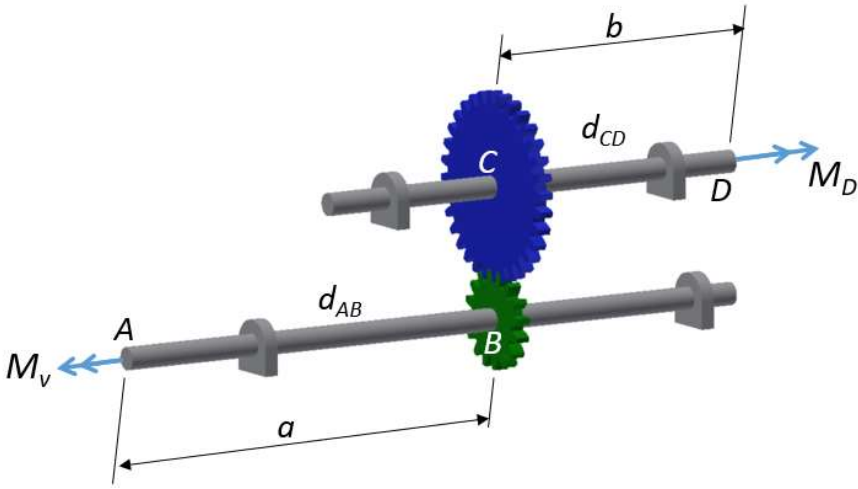
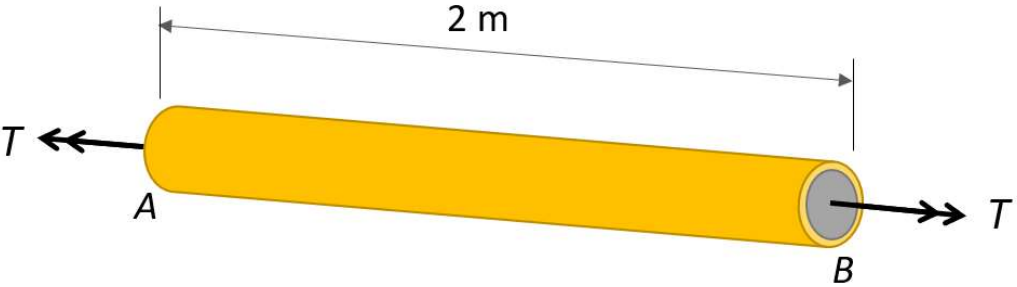
5.7	Nivå: Grund	Vridning
En motor ger 12 kW och man plockar ut 3 kW, 4 kW och 5 kW på respektive kugghjul vid varvtalet 50 varv/s. Bestäm max skjuvspänning i axeln om axeldiametern, $d = 25$ mm. 		
5.8	Nivå: Grund	Vridning
En solid stång AC är sammanbunden med ett rör AB via en stel platta i A. Röret är här en max tillåten spänning $\tau_{till}^{AB} = 55$ MPa. - Bestäm max tillåtet vridmoment, M_v. - Bestäm stångens diameter, d, om max tillåten spänning är $\tau_{till}^{AC} = 80$ MPa. $a = 200$ mm, $b = 100$ mm $t = 4$ mm, $d_y = 70$ mm 		

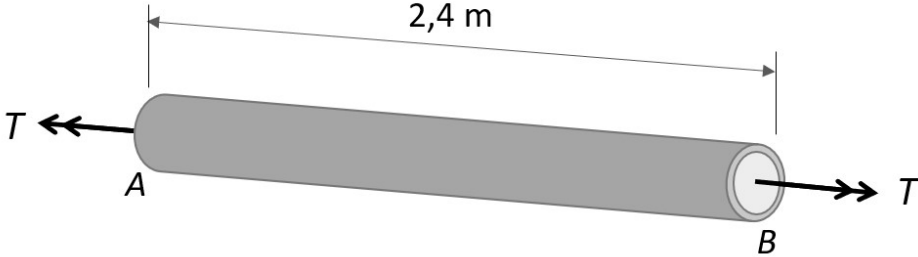
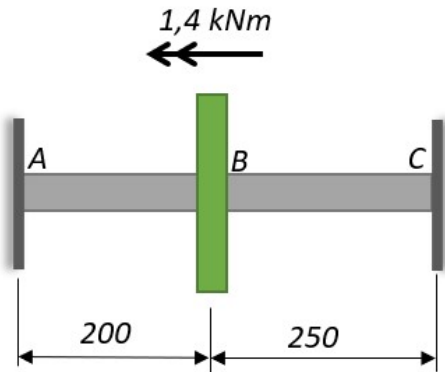
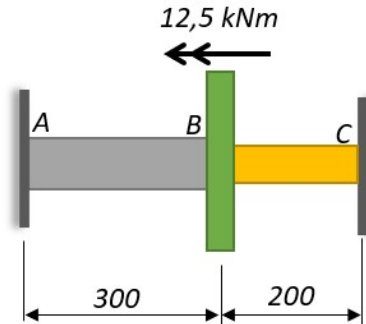
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

5.9	Nivå: Grund	Vridning
 En enkel växellåda består av två kugghjul som för över ett moment från axel AB till axel CD. Hur stor blir maxspänningen i axlarna om $M_v = 500 \text{ Nm}$ appliceras vid A? $d_{AB} = 45 \text{ mm}$; $d_{CD} = 65 \text{ mm}$ Radie för kugghjulen: $r_b = 250 \text{ mm}$ (blåa); $r_g = 100 \text{ mm}$ (gröna) 		
5.10	Nivå: Grund	Vridning
Ett moment, $T = 5 \text{ kNm}$, belastar axeln. Bestäm förvridningsvinkeln i grader om a) axeln är solid med $D = 75 \text{ mm}$. b) axel är ett rör med innerdiametern $d = 25 \text{ mm}$ och ytterdiametern $D = 75 \text{ mm}$ Skjuvmodulen: $G = 26 \text{ GPa}$ 		
5.11	Nivå: Grund	Vridning
En elektrisk motor avsätter 600 Nm moment på axeln ABCD vid ände D. Axeln roterar med konstant hastighet och består av solida delar. <u>Beräkna vridvinkeln (hur mycket axeln vrider sig) i mellan B och C samt mellan B och D.</u> Skjuvmodulen: $G = 26 \text{ GPa}$ $d_{AB} = 40 \text{ mm}$; $d_{BC} = 45 \text{ mm}$; $d_{CD} = 50 \text{ mm}$ 		

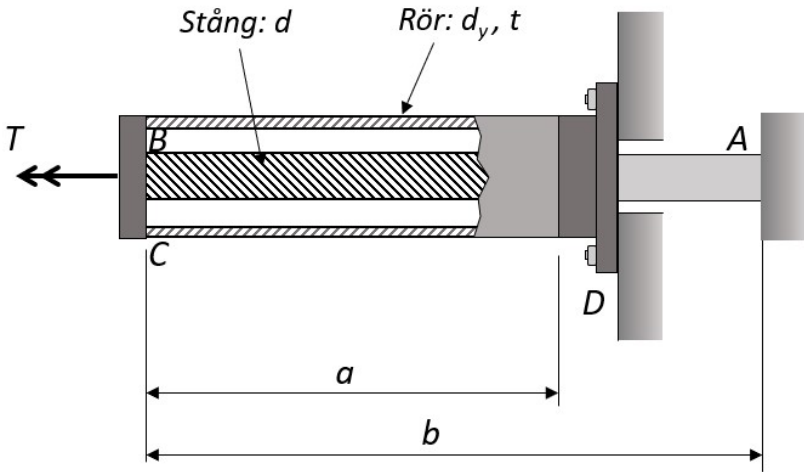
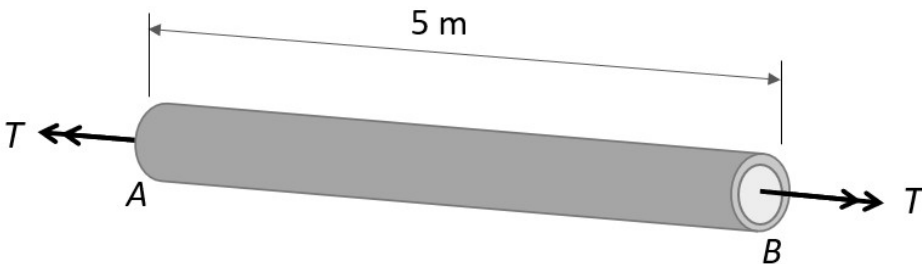
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

5.12	Nivå: Grund	Vridning
En axel $ABCDE$ utsätts för moment enligt figuren. Alla axeldelar är solida och 120 mm långa. <u>Beräkna hur mycket delen AC respektive AE vrider sig, (alltså vridvinkelförändring, mellan A och C resp. A och E).</u> Skjuvmodulen: $G = 77 \text{ GPa}$ $d_{AB} = 10 \text{ mm}$, $d_{BC} = 15 \text{ mm}$, $d_{CD} = 20 \text{ mm}$, $d_{DE} = 25 \text{ mm}$ 		
5.13	Nivå: Grund	Vridning
Vid borrning efter olja används en 2500 m lång borrhåll som består av en solid axel med diametern 200 mm. Vid borrhållningen observerades att övre änden av borrhållningen roterade 2,5 varv innan borrhållskronan började vrida sig. <u>Bestäm den maximala spänning som i detta läge uppstår i borrhållstånge.</u> Skjuvmodulen: $G = 77 \text{ GPa}$		
5.14	Nivå: Grund	Vridning
Stången AB har en diameter av $d=45 \text{ mm}$. - Bestäm det största moment M_v som får appliceras vid A om inte någon tillåten spänning skall överskridas eller delen CD inte får vridas mer än $0,375^\circ$. - Bestäm också den vinkel som ände A kommer att rotera vid denna last. Skjuvmoduler: $G_{AB} = 77 \text{ GPa}$, $G_{CD} = 38 \text{ GPa}$ Tillåtna spänningar: $\tau_{AB} = 80 \text{ MPa}$, $\tau_{CD} = 50 \text{ MPa}$ $a = 200 \text{ mm}$, $b = 100 \text{ mm}$ $t = 6 \text{ mm}$, $d_y = 80 \text{ mm}$		

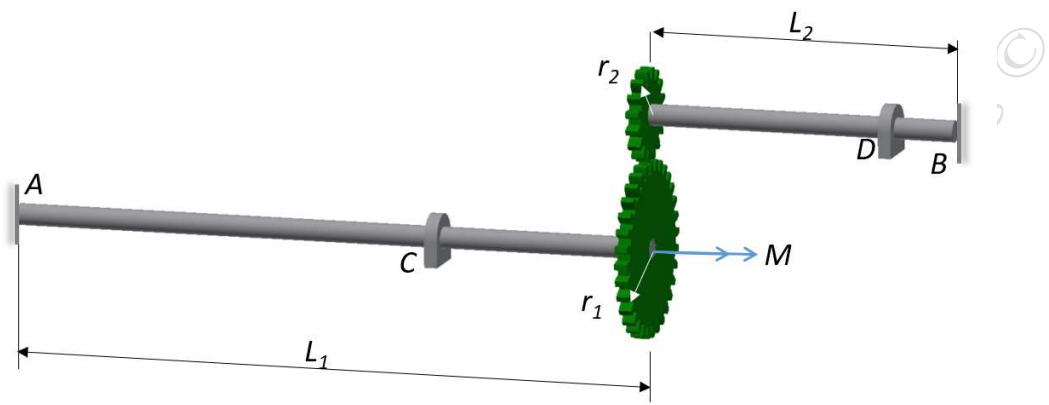
5.15	Nivå: ★★	Vridning
 En enkel växellåda består av två kugghjul som för över ett moment från axel AB till axel CD. Bestäm vinkeln som ände A vrids då $M_v = 500$ Nm appliceras vid A? Axlarna är tillverkade av stål med skjuvmodulen, $G = 70$ GPa. $d_{AB} = 45$ mm, $d_{CD} = 65$ mm $a = 800$ mm, $b = 600$ mm Radie för kugghjulen: $r_b = 250$ mm (blåa) $r_g = 100$ mm (gröna) 		
5.16	Nivå: ★	Vridning
En kompositaxel består av en stålkärna med diameter 40 mm och ett mässingshölje med godstjockleken 5 mm. Kärnan och höljet är sammanfogade så ingen glidning sker mellan dessa. Axeln vrids med ett moment av 600 Nm. Bestäm: - maximal spänning i mässingshöljet. - maximal spänning i stålkärnan. - den vinkel som axeln vrider sig (A till B). Stål: $G_s = 77$ GPa Mässaing: $G_m = 39$ GPa 		

5.17	Nivå: ★	Vridning
Kompositaxeln består av en aluminiumkärna med diameter 65 mm och ett stålhölje av tjockleken 1,5 mm. Kärnan och höljet är sammanfogade så ingen glidning sker mellan dessa. <u>Bestäm det största momentet T som kan appliceras på axeln enligt figur samt den vinkel som axeln kommer att vrida sig (A till B).</u> Stål: $G_s = 77 \text{ GPa}$, $\tau_{s,till} = 50 \text{ MPa}$ Aluminium: $G_{al} = 26 \text{ GPa}$, $\tau_{al,till} = 20 \text{ MPa}$ 		
5.18	Nivå: ★	Vridning
En hållaxel AB ($d_y = 50 \text{ mm}$, $d_i = 25 \text{ mm}$) och en solid axel BC ($d = 38 \text{ mm}$) är sammanfogade via trissa i B. På trissan verkar ett moment $T = 1,4 \text{ kNm}$. <u>Bestäm reaktionsmomenten vid A och C samt spänningarna i axlarna AB och BC.</u> 		
5.19	Nivå: ★	Vridning
AB är en solid axel av stål och BC är en solid axel av mässing. De sitter fast inspända i två stela väggar A och C. I B verkar ett moment $T = 12,5 \text{ kNm}$. <u>Bestäm reaktionsmomenten i A och C och den maximala spänningen i de bägge axlarna AB och BC.</u> $d_{AB} = 125 \text{ mm}$, $d_{BC} = 75 \text{ mm}$ Stål: $G_s = 77 \text{ GPa}$ Mässing: $G_m = 39 \text{ GPa}$		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

5.20	Nivå: ★	Vridning
Två axlar är sammanfogade via den stela plattan till vänster. AB är en solid stång av stål och CD är ett rör av mässing. $T = 2 \text{ kNm}$ belastar konstruktionen. <u>Bestäm maximala skjuvspänningen i AB respektive CD.</u> $a = 200 \text{ mm}$, $b = 100 \text{ mm}$ $d = 40 \text{ mm}$, $t = 6 \text{ mm}$, $d_y = 80 \text{ mm}$ Stål: $G_s = 77 \text{ GPa}$, $\tau_s = 80 \text{ MPa}$ Mässing: $G_m = 38 \text{ GPa}$, $\tau_m = 50 \text{ MPa}$ 		
5.21	Nivå: ★	Vridning
Hållaxeln ($d_y = 60 \text{ mm}$, $d_i = 25 \text{ mm}$) roterar med $n = 180 \text{ rpm}$ och har vid detta tillfälle en förvridning av 3°. <u>Bestäm vilken effekt som överförs samt beräkna den maximala spänningen i axeln vid detta ögonblick.</u> $G = 77 \text{ GPa}$ 		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

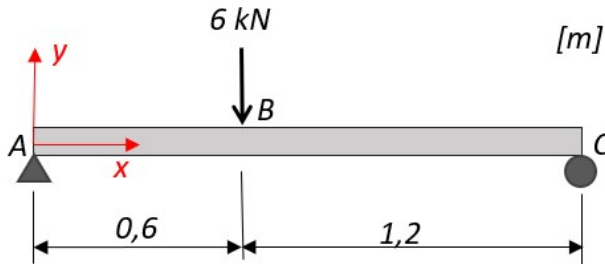
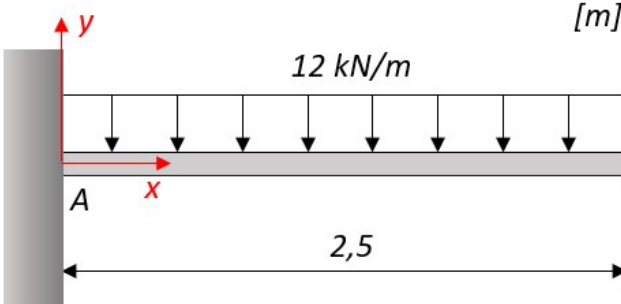
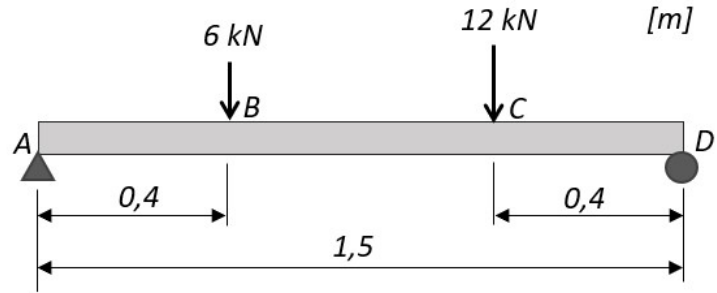
5.22	Nivå: ★ ★ ★	Vridning
Två stålaxlar är sammankopplade genom en växel. Axlarna är fixerade i A och B. Växeln består av två kugghjul med radierna, $r_1 = 50$ mm och $r_2 = 100$ mm. Bestäm reaktionsmomenten i A och B om det större kugghjulet belastas av momentet, $M = 500$ Nm. Axlarna har samma diameter $d = 25$ mm med olika längder, $L_1 = 1500$ mm och $L_2 = 750$ mm, samt är momentfritt lagrade i stöden. 		
5.23	Nivå: ★	Vridning
Bestäm vridtröghetsmomentet för en solid axel. Utgå från definitionen $I_p = \int_A r^2 dA$		
5.24	Nivå: ★	Vridning
Visa hur sambandet $\theta = \frac{M_v L}{I_v G}$ erhålls. Sambandet beskriver förvridningen av en stång (radianer) som utsätts för ett vridande moment, M_v. Stången har vridtröghetsmomentet, I_v, och längden, L, samt är av material med skjuvmodulen, G.		

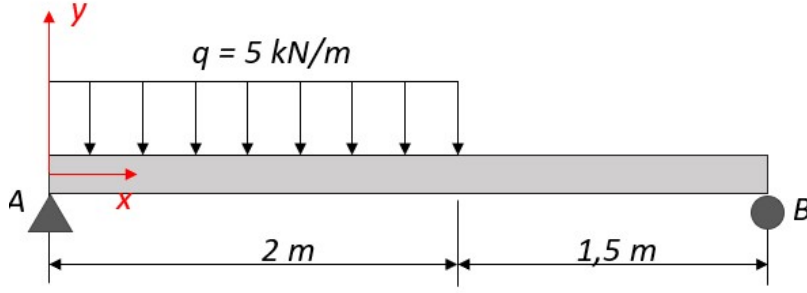
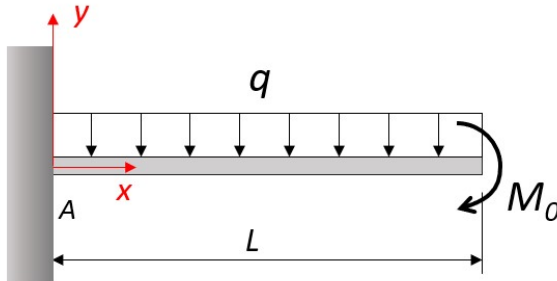
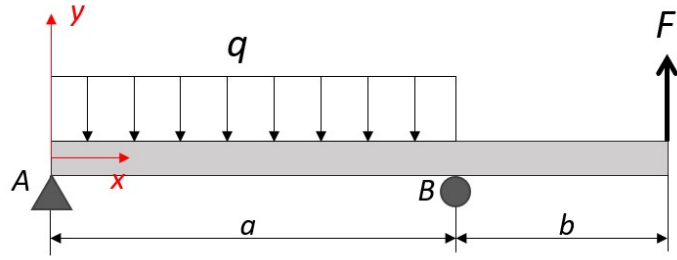
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

6. Moment och tvärkraftsdiagram

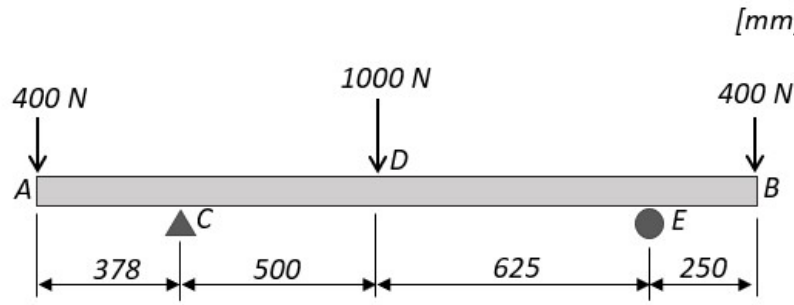
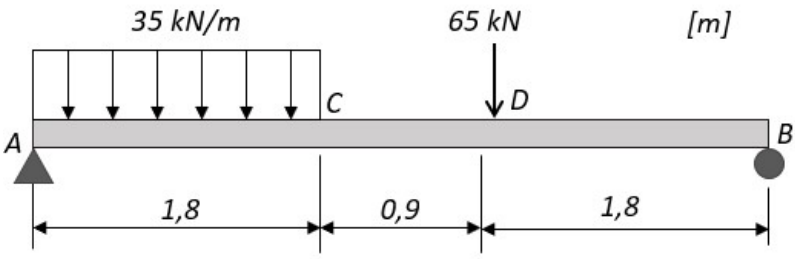
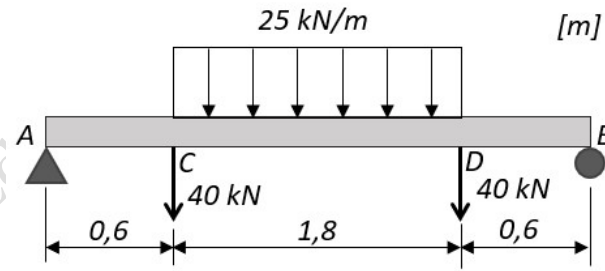
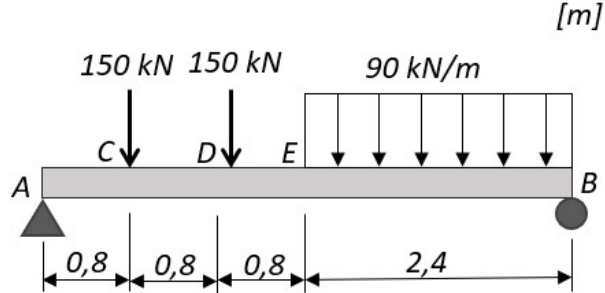
M = Moment

V = Tvärkraft (vertikal force) kan även anges som T i lösningarna (tvärkraft).

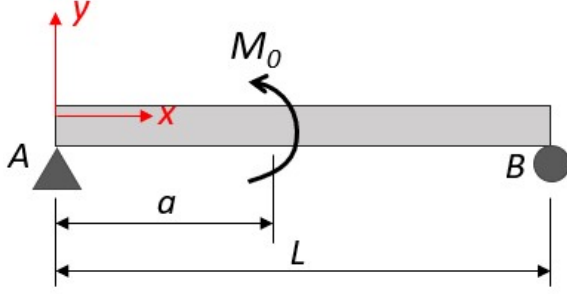
6.1	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med snittmetoden. Bestäm M_{max} samt V_{max}		
		
6.2	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med snittmetoden. Bestäm M_{max} samt V_{max}		
		
6.3	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med snittmetoden. Bestäm M_{max} samt V_{max} .		
		
6.4	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med förenklad metod för uppgift 6.1.		
6.5	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med förenklad metod för uppgift 6.2.		
6.6	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med förenklad metod för uppgift 6.3.		

6.7	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
 En balk är upplagd på två stöd och belastas av en utbredd last, $q = 5 \text{ kN/m}$. - Frilägg och bestäm stödkrafter i A och B. - Bestäm $V(x)$ och $M(x)$ i de två delområdena (det blir fyra ekvationer). - Rita moment och tvärkraftsdiagram utifrån ekvationerna i c). - Rita moment och tvärkraftsdiagrammen med den förenklade metoden. 		
6.8	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
 En balk är fast inspänd vid A och belastas av en utbredd last $q = 10 \text{ kN/m}$ och ett moment $M_0 = 15 \text{ kNm}$. $L = 3 \text{ m}$ - Frilägg och bestäm stödkrafter/moment. - Bestäm $V(x)$ och $M(x)$. - Rita moment och tvärkraftsdiagram utifrån $V(x)$ och $M(x)$. - Rita moment och tvärkraftsdiagrammen med den förenklade metoden. 		
6.9	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
 En balk är upplagd på två stöd och belastas med $q = 4 \text{ kN/m}$ samt $F = 3 \text{ kN}$. $a = 1,5 \text{ m}$, $b = 0,3 \text{ m}$ - Frilägg och bestäm stödkrafter. - Rita moment och tvärkraftsdiagrammen med den förenklade metoden. - Bestäm $V(x)$ och $M(x)$ mellan A och B. 		

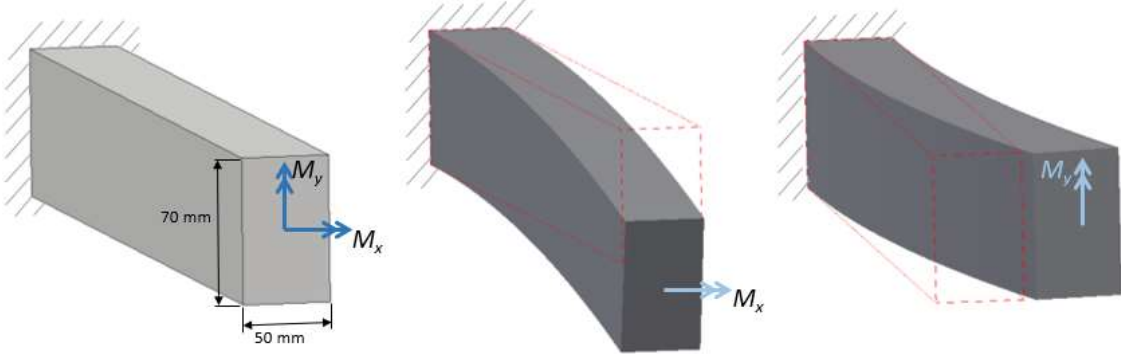
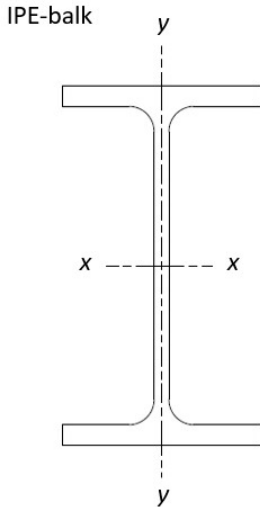
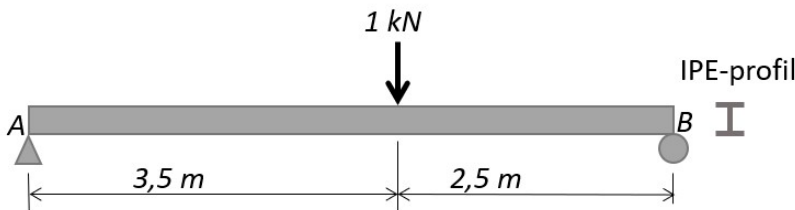
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt:
madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

6.10	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med förenklad metod. Bestäm M_{max} samt V_{max} 		
6.11	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med förenklad metod. Bestäm M_{max} samt V_{max}. 		
6.12	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med förenklad metod. Bestäm M_{max} samt V_{max}. 		
6.13	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
Rita tvärkrafts- och momentdiagram för balken med förenklad metod. Bestäm M_{max} samt V_{max}. 		

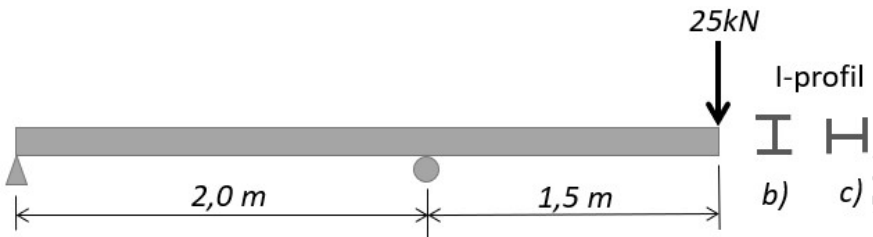
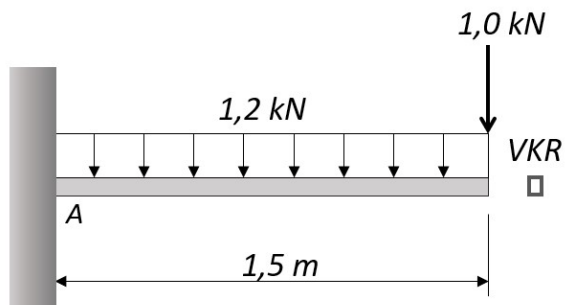
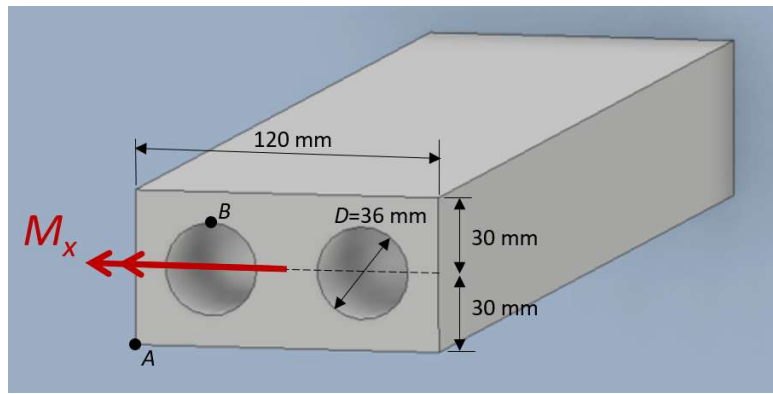
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

6.14	Nivå: Grund	Moment och tvärkraftsdiagram
 En balk belastas med ett moment, $M_0 = 8 \text{ kNm}$. a) Frilägg och bestäm stödkrafter. b) Rita moment och tvärkraftsdiagram med valfri metod. $a = 2 \text{ m}$ $L = 5 \text{ m}$ 		

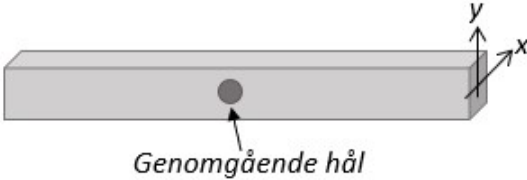
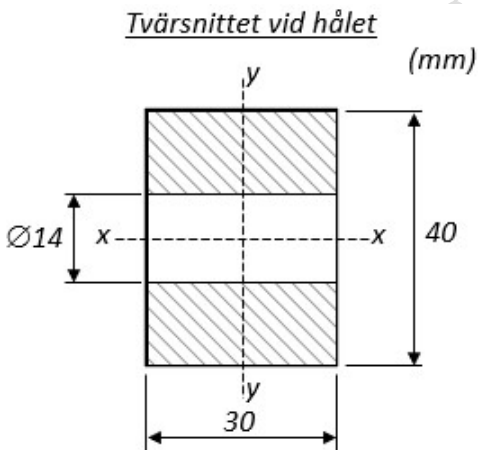
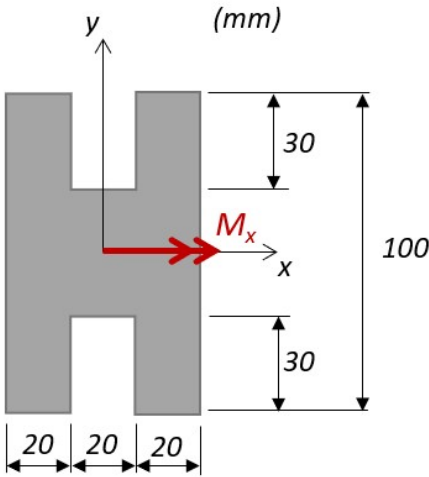
7. Böjspänningar

7.1	Nivå: Grund	Böjspänningar
 YouTube ^{SE} Ett böjmoment $M = 4,2 \text{ kNm}$ belastar balken. Bestäm maximala spänningen om - momentet böjer kring x-axeln, M_x. - momentet böjer kring y-axeln, M_y. 		
7.2	Nivå: Grund	Böjspänningar
 YouTube ^{SE} Vid dimensionering av en IPE-balk så är det maximala böjmomentet 15 kNm. Materialet är konstruktionsstålet S275JR och det ska vara en säkerhet på 1,5 mot permanenta deformationer. - Bestäm minsta möjliga böjmotstånd (W) för balken. - Bestäm en lämplig IPE-balk för böjning kring x- respektive y-axeln. 		
7.3	Nivå: Grund	Böjspänningar
 YouTube ^{SE} En fritt upplagd balk med profilen IPE-100 belastas av en punktlast. - Bestäm max böjmoment. - Bestäm max böjspänning. Egenvikten kan försummas. 		

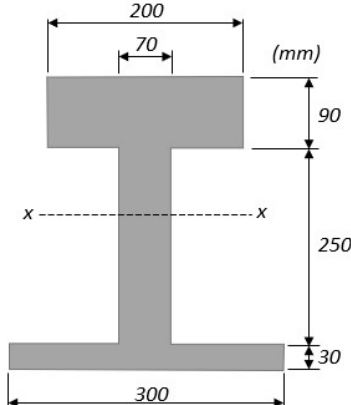
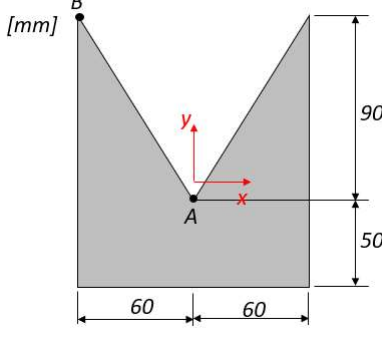
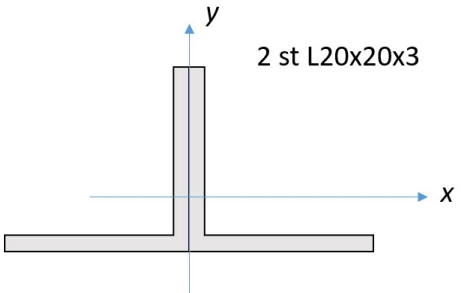
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

7.4	Nivå: Grund	Böjspänningar
 En I-balk belastas enligt figuren. a) Bestäm max böjande moment. b) Välj lämplig I-profil om profilen är stående enligt b) och $\sigma_{till} = 120 \text{ MPa}$. c) Välj lämplig I-profil om profilen är liggande enligt c) och $\sigma_{till} = 120 \text{ MPa}$. Egenvikten kan försummas. 		
7.5	Nivå: Grund	Böjspänningar
En konsolbalk av VKR-profil 100x50x5, stående på högkant, belastas enligt figuren. Materialet är S355JR. Bestäm säkerheten mot sträckning (permanenta deformationer). Egenvikten försummas. 		
7.6	Nivå: Grund	Böjspänningar
 En aluminiumprofil är extruderad så att det finns två kanalen i längsriktningen. Kanalerna gör det möjligt att dra kablar genom profilen. Profilen böjs med $M_x = 3 \text{ kNm}$. Beräkna spänningarna i punkterna A och B. 		

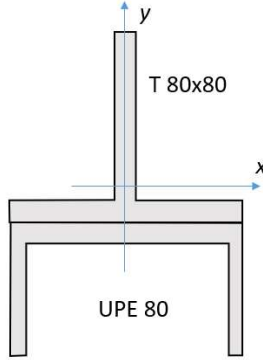
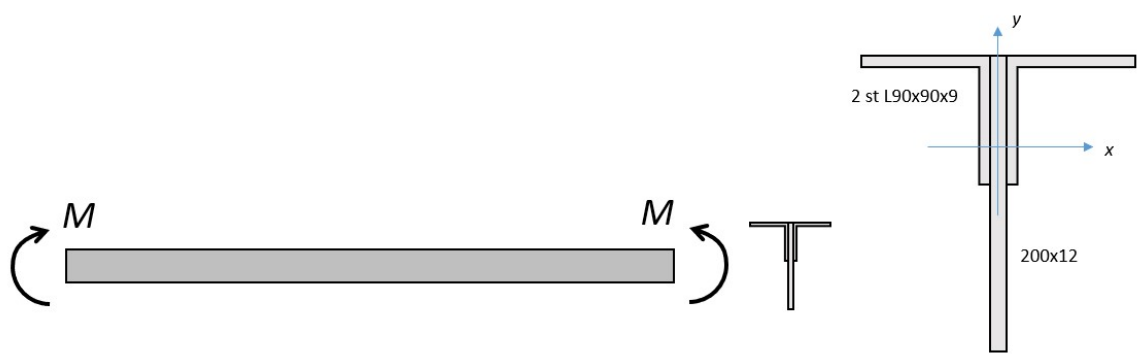
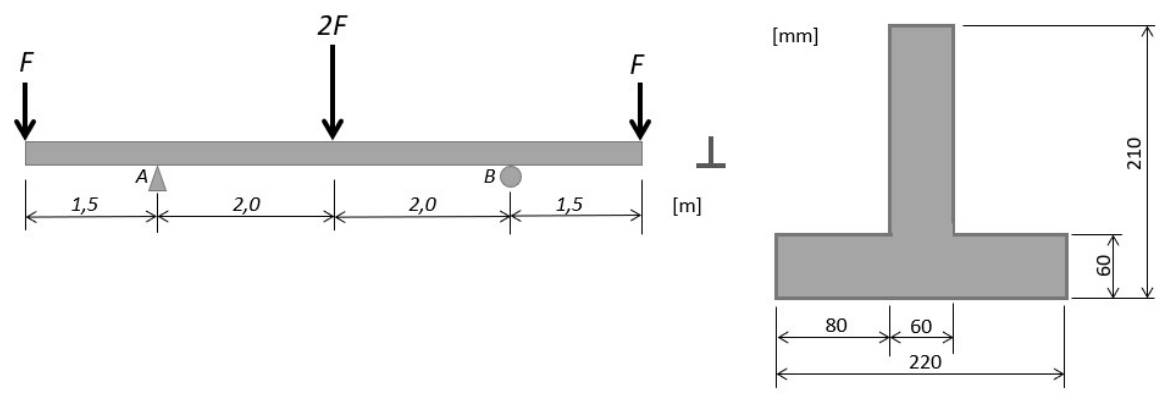
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

7.7	Nivå: Grund	Böjspänningar
 YouTube SE En solid balk har ett genomgående hål. Bestäm maxspänningen i balken om den belastas med böjmomentet, $M = 300 \text{ Nm}$. - Böjning sker kring x-axeln. - Böjningen sker kring y-axeln. - Hur mycket ökar spänningen jämfört med den solida balken vid böjningen enligt a) och b). Reflektera över svaret! Ta ej hänsyn till ev. spänningskoncentrationer vid hålet om du redan är bekant med effekten av dessa.  <i>Tvärsnittet vid hålet</i> 		
7.8	Nivå: Grund	Böjspänningar
Bestäm max tillåtna moment, M_x, om max tillåtna böjspänning är $\sigma_{ill} = 120 \text{ MPa}$. 		

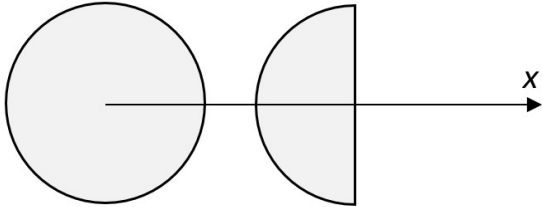
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt:
madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

7.9	Nivå: Grund	Böjspänningar
 YouTube SE Balken belastas av ett böjande moment, $M_b = 90 \text{ kNm}$. Bestäm max drag- och tryckspänning i tvärsnittet.  		
7.10	Nivå: Grund	Böjspänningar
 YouTube SE En balk har ett tvärsnitt enligt figuren och belastas med momentet, $M = 35 \text{ kNm}$. - Bestäm böjspänningarna i A och B om balken är orienterad enligt a). - Bestäm böjspänningarna i A och B om balken är orienterad enligt b). a)  b)  		
7.11	Nivå: Grund	Böjspänningar
Bestäm I_x och I_y för det sammansatta tvärsnittet.  2 st L20x20x3		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt:
madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

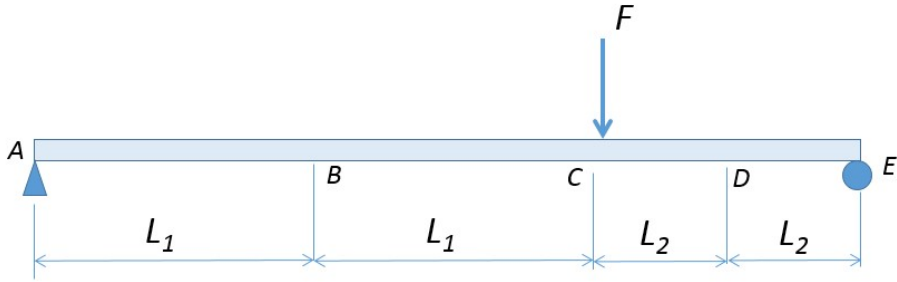
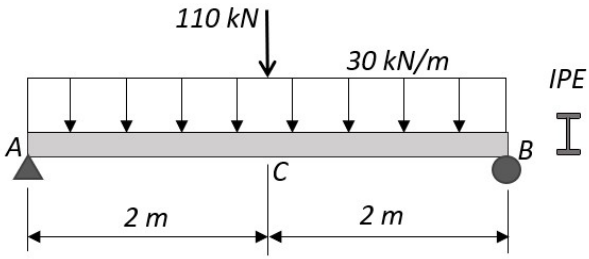
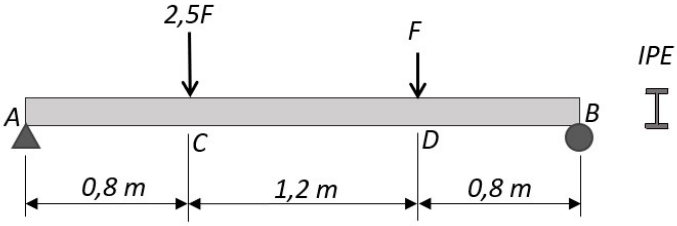
7.12	Nivå: Grund	Böjspänningar
Bestäm I_x och I_y för det sammansatta tvärsnittet. 		
7.13	Nivå: Grund	Böjspänningar
En profil är sammansatt av ett plattjärn och två vinkelprofiler. Balken belastas av ett böjmoment på 18 kNm. Bestäm maximal drag- och tryckspänning i snittet vid böjning kring x-axeln. 		
7.14	Nivå: Grund	Böjspänningar
En balk som är utkragad i båda ändarna påverkas av tre punktlaster. Balken är tillverkad av gråjärn. Gråjärn har sämre draghållfasthet än tryckhållfasthet (jämför med betong). Tillåten dragspänning är, $\sigma_{till}^{drag} = 40 \text{ MPa}$. Tillåten tryckspänning är, $\sigma_{till}^{tryck} = 120 \text{ MPa}$ Balkens egentyngd kan försummas. Bestäm max tillåten kraft, F. 		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

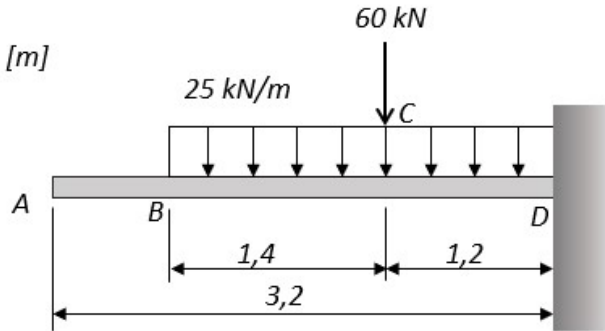
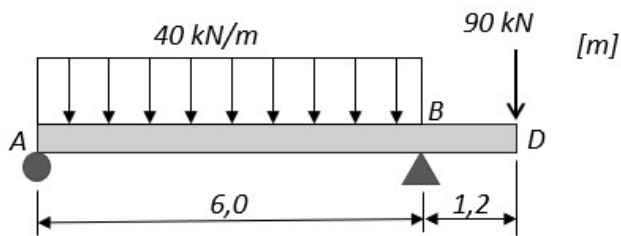
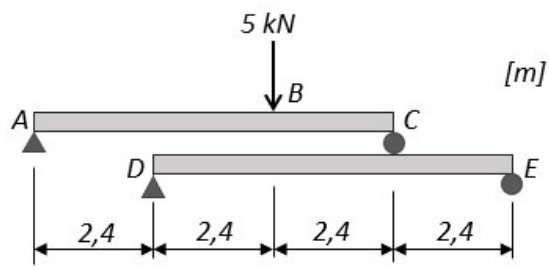
7.15	Nivå: ★	Böjspänningar
Visa att yttröghetsmomentet för en rektangulär balk är $I_x = \frac{bh^3}{12}$. Utgår från definitionen på yttröghetsmomentet $I = \int_A y^2 dA$		
7.16	Nivå: ★★	Böjspänningar
Bestäm yttröghetsmomentet för en solid axel med diametern, d . Använd sambanden $I_v = \int_A r^2 dA$, $I = \int_A y^2 dA$ och $I = \int_A x^2 dA$		
7.17	Nivå: ★	Böjspänningar
Visa att I_x för en halvcirkel är $\frac{Ix}{2}$.		
		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

8. Balkböjning med superposition

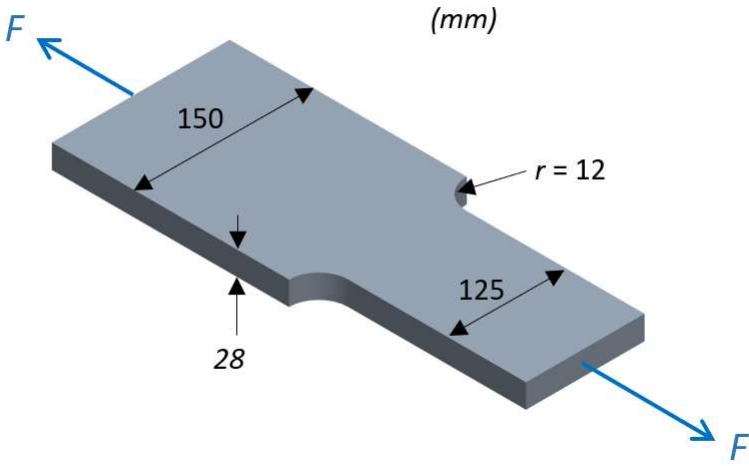
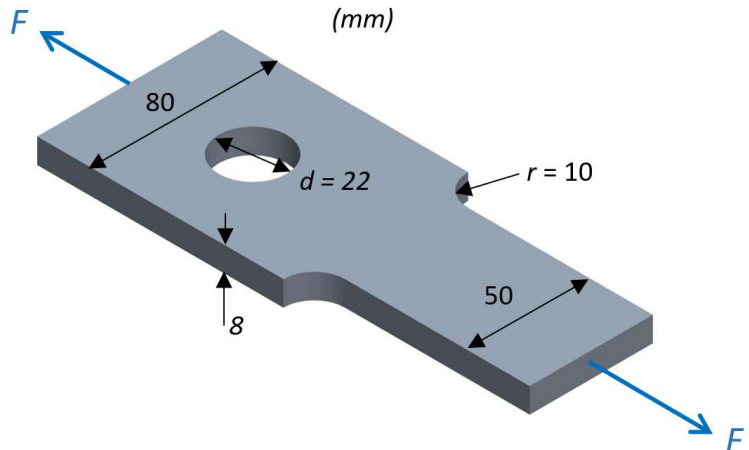
8.1	Nivå: Grund	Balkböjning med superposition
För lastfallet nedan bestäm: - Nedböjning i C. - Nedböjning i B. - Nedböjning i D. - Vinkeländring vid A. - Vinkeländring vid E. Stålbalken är VKR 90x90x5 och $E = 210 \text{ GPa}$. $L_1 = 0,6 \text{ m}$ $L_2 = 0,4 \text{ m}$ $F = 30 \text{ kN}$ 		
8.2	Nivå: Grund	Balkböjning med superposition
 YouTube SE En stålbalk av typen IPE 360 belastas med en punktlast och en utbredd last. Bestäm utböjningen i C samt vinkeländringen (lutningen) i B. 		
8.3	Nivå: Grund	Balkböjning med superposition
 YouTube SE En stålbalk av typen IPE 270 belastas med två punktlaster där $F = 40 \text{ kN}$. - Bestäm utböjningen i C samt vinkeländringen (lutningen) i A. - Bestäm maxspänningen i balken. 		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

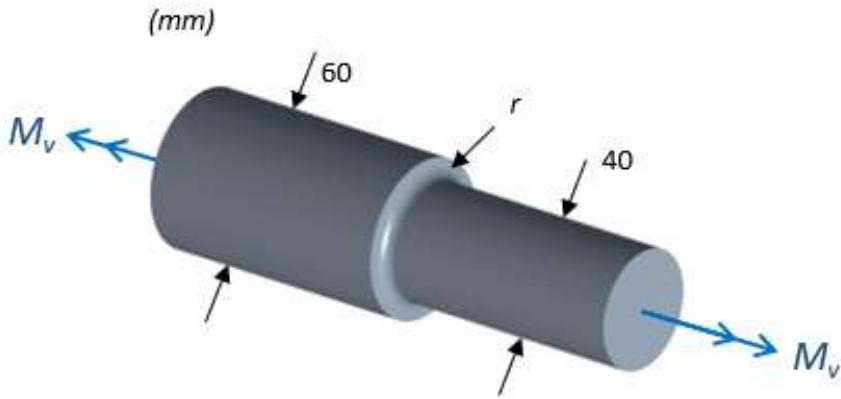
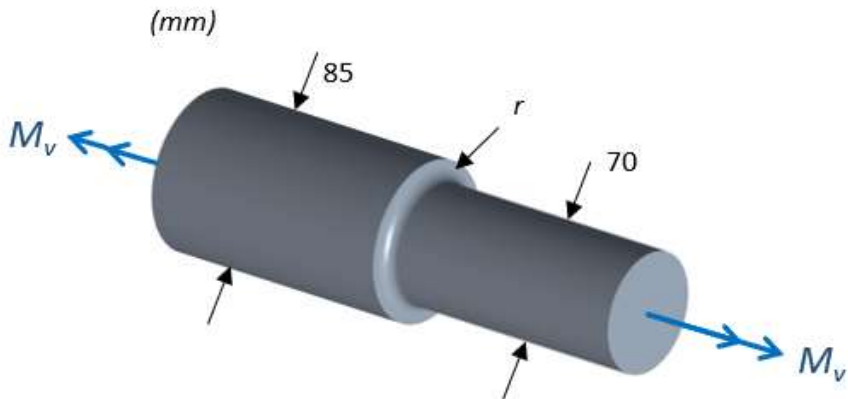
8.4	Nivå: Grund	Balkböjning med superposition
Balken är fast inspänd vid D. Bestäm - utböjning vid A - lutning vid A. Balken är en I360 och belastas på sitt böjstyva håll. $E = 210 \text{ GPa}$ 		
8.5	Nivå: Grund	Balkböjning med superposition
Bestäm för balken: - den vertikala förskjutningen i punkten D. - lutningen vid A. Balken är en IPE300 och belastas på sitt böjstyva håll. $E = 210 \text{ GPa}$ 		
8.6	Nivå: ★	Balkböjning med superposition
Bestäm utböjningen vid B. $I = 16,48 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ och $E = 210 \text{ GPa}$. 		

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

9. Spänningskoncentrationer

9.1	Nivå: Grund	Spänningskoncentrationer
 YouTube ^{SE} En kraft $F = 200 \text{ kN}$ belastar plattstången med kälradien, r. Bestäm maxspänningen som uppstår. 		
9.2	Nivå: Grund	Spänningskoncentrationer
 YouTube ^{SE} Bestäm den max tillåtna kraften, F_{till}, om tillåten spänning är 160 MPa. 		

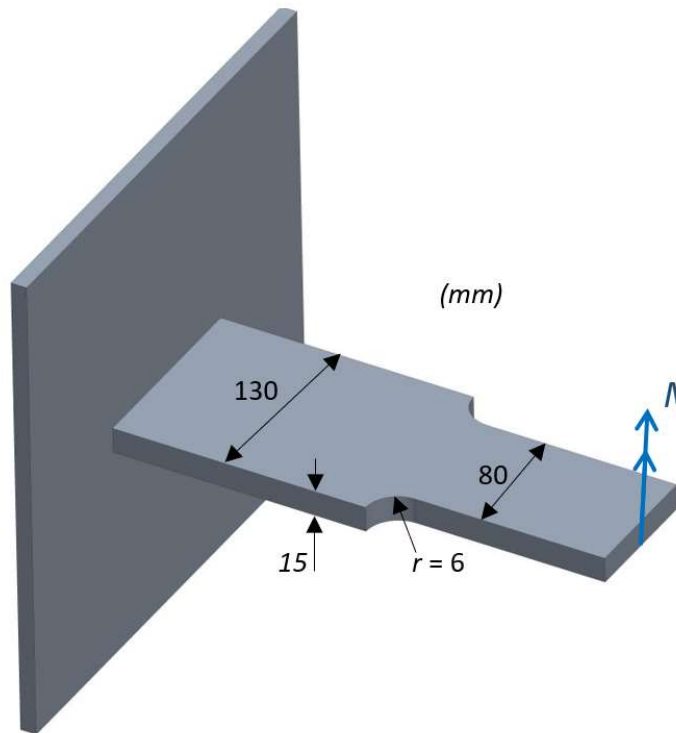
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

9.3	Nivå: Grund	Spänningskoncentrationer
 En solid axel belastas av ett vridmoment, $M_v = 280 \text{ Nm}$. Med hur många procent minskar spänningarna om övergången har en radie på 5 mm jämfört med en mindre radie på 0,8 mm? 		
9.4	Nivå: Grund	Spänningskoncentrationer
Axeln ska överföra 125 kW vid 450 rpm. Maximalt tillåten spänning i axeln är $\tau_{till} = 50 \text{ MPa}$. Bestäm den minsta radie som övergången mellan axeldiametrarna får ha. 		
9.5	Nivå: Grund	Spänningskoncentrationer

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!



Plattjärnet med kälradie belastas med momentet $M = 1,2 \text{ kNm}$. Bestäm maxspänningen.

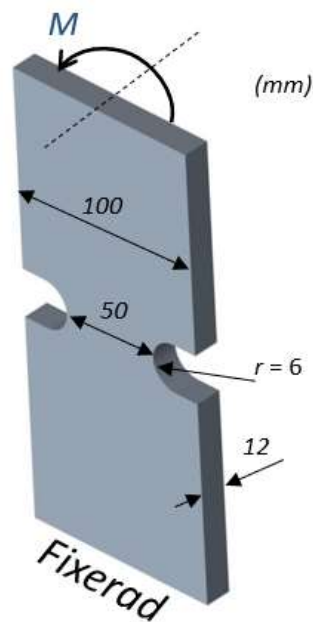


9.6

Nivå: Grund

Spänningskoncentrationer

Tillåten spänningen i plåten är $\sigma_{till} = 90 \text{ MPa}$. Bestäm det maximalt tillåtna momentet M .



Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

9.7

Nivå: ★★

Spänningskoncentrationer

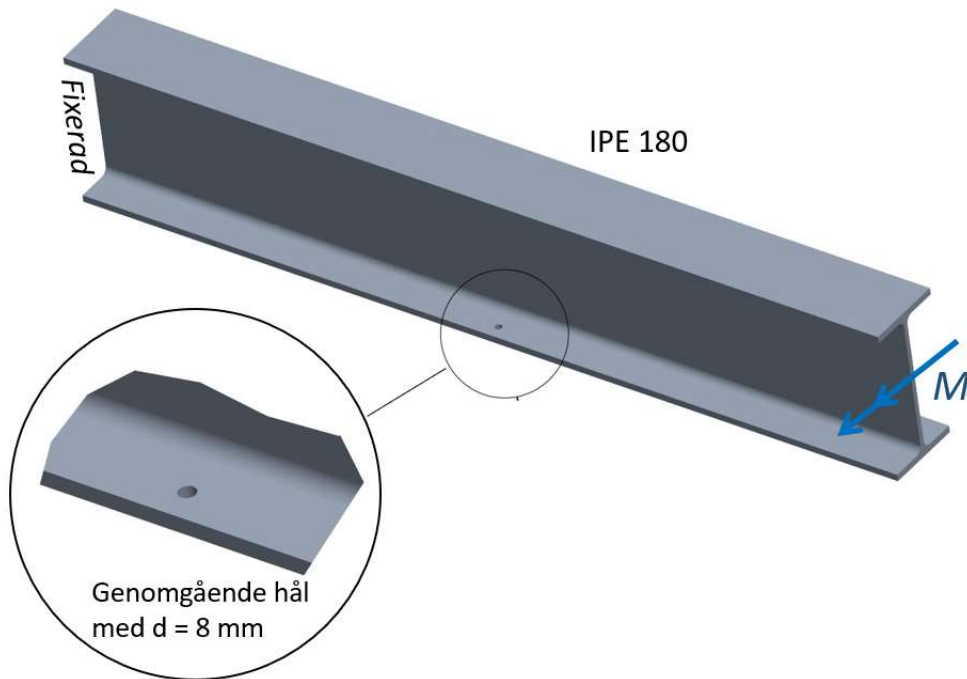


En IPE-balk belastas av momentet, $M = 12 \text{ kNm}$. För att montera något i balken borrar ett litet hål i flänsen med diametern, $d = 8 \text{ mm}$.

Om man endast ser till hålet kommer detta ge spänningskoncentrationer även om inget monteras i hålet och belastat balken ytterligare.

Bestäm maxspänningen vid hålet då detta endast belastas av momentet, M .

Detta är en uppgift som bygger på antaganden och resonemang.



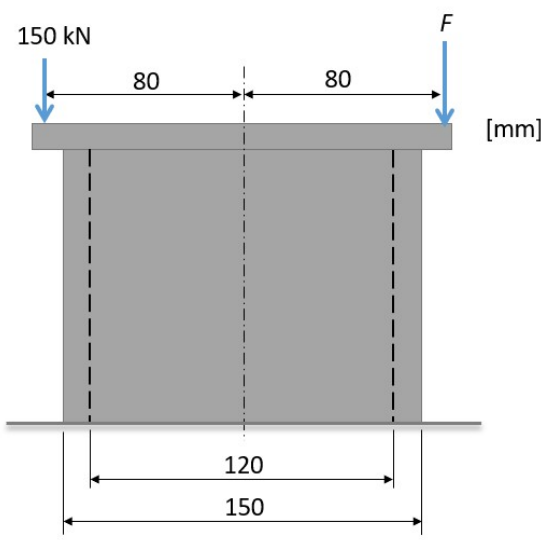
Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt:
madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

10. Skjuvspänning/skjuvflöde pga tvärkraft. (kommer)

EduME – Education and Mechanical Engineering ©

Jag har ritat många nya bilder och skapat många nya tal. Kontakta mig om något verkar konstigt: madeleine@edume.nu . TACK på förhand!

11. Sammansatta spänningar

11.1	Nivå: ★★	Sammansatta spänningar
 YouTube SE Två krafter belastar en stel platta som sitter på ett rör med $d_y = 150$ mm och $d_i = 120$ mm. Den tillåtna spänningen är $\sigma_{till} = 70$ MPa. Bestäm i vilket intervall kraften F måste ligga för att vara tillåten. 		
11.2	Nivå: ★★★	Sammansatta spänningar
 YouTube SE Röret i figuren belastas genom en förspänd kabel som är förspänd med kraften $S = 15$ kN. Bestäm de spänningar som uppträder i punkterna B och C. Redovisa noga vilken typ av spänningen, riktning och om det är aktuellt jämförelsespänning (von Mises). 